

Có đáp
án

30 BỘ ĐỀ

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI

TOÁN

7

PHIÊN BẢN MỚI NHẤT

Đề 1

Câu 1. Với mọi số tự nhiên $n \geq 2$ hãy so sánh:

a. $A = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$ với 1 .

b. $B = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{6^2} + \dots + \frac{1}{(2n)^2}$ với $1/2$

Câu 2: Tìm phần nguyên của α , với $\alpha = \sqrt{2} + \sqrt[3]{\frac{3}{2}} + \sqrt[4]{\frac{4}{3}} + \dots + \sqrt[n+1]{\frac{n+1}{n}}$

Câu 3: Tìm tỉ lệ 3 cạnh của một tam giác, biết rằng cộng lần lượt độ dài hai đường cao của tam giác đó thì tỉ lệ các kết quả là $5 : 7 : 8$.

Câu 4: Cho góc xoy, trên hai cạnh ox và oy lần lượt lấy các điểm A và B để cho AB có độ dài nhỏ nhất.

Câu 5: Chứng minh rằng nếu a, b, c và $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}$ là các số hữu tỉ.

Đề 2:

Môn: Toán 7

Bài 1: (3 điểm): Tính

$$\left[18\frac{1}{6} - (0,06 : 7\frac{1}{2} + 3\frac{2}{5} \cdot 0,38) \right] : \left(19 - 2\frac{2}{3} \cdot 4\frac{3}{4} \right)$$

Bài 2: (4 điểm): Cho $\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$ chứng minh rằng:

a) $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{b}$

b) $\frac{b^2 - a^2}{a^2 + c^2} = \frac{b - a}{a}$

Bài 3: (4 điểm) Tìm x biết:

a) $\left| x + \frac{1}{5} \right| - 4 = -2$

b) $-\frac{15}{12}x + \frac{3}{7} = \frac{6}{5}x - \frac{1}{2}$

Bài 4: (3 điểm) Một vật chuyển động trên các cạnh hình vuông. Trên hai cạnh đầu vật chuyển động với vận tốc 5m/s, trên cạnh thứ ba với vận tốc 4m/s, trên cạnh thứ tư với vận tốc 3m/s. Hỏi độ dài cạnh hình vuông biết rằng tổng thời gian vật chuyển động trên bốn cạnh là 59 giây

Bài 5: (4 điểm) Cho tam giác ABC cân tại A có $\widehat{A} = 20^\circ$, vẽ tam giác đều DBC (D nằm trong tam giác ABC). Tia phân giác của góc ABD cắt AC tại M. Chứng minh:

a) Tia AD là phân giác của góc BAC

b) $AM = BC$

Bài 6: (2 điểm): Tìm $x, y \in \mathbb{N}$ biết: $25 - y^2 = 8(x - 2009)^2$

Đề 3

Bài 1: (4 điểm)

a) Thực hiện phép tính:

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

b) Chứng minh rằng : Với mọi số nguyên dương n thì :
 $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ chia hết cho 10

Bài 2: (4 điểm)

Tìm x biết:

a. $\left| x - \frac{1}{3} \right| + \frac{4}{5} = \left| (-3, 2) + \frac{2}{5} \right|$

b. $(x - 7)^{x+1} - (x - 7)^{x+1} = 0$

Bài 3: (4 điểm)

a) Số A được chia thành 3 số tỉ lệ theo $\frac{2}{5} : \frac{3}{4} : \frac{1}{6}$. Biết rằng tổng các bình phương của ba số đó bằng 24309. Tìm số A .

b) Cho $\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$. Chứng minh rằng: $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{b}$

Bài 4: (4 điểm)

Cho tam giác ABC , M là trung điểm của BC . Trên tia đối của của tia MA lấy điểm E sao cho $ME = MA$. Chứng minh rằng:

a) $AC = EB$ và $AC \parallel BE$

b) Gọi I là một điểm trên AC ; K là một điểm trên EB sao cho $AI = EK$. Chứng minh ba điểm I, M, K thẳng hàng

c) Từ E kẻ $EH \perp BC$ ($H \in BC$). Biết $\widehat{HBE} = 50^\circ$; $\widehat{MEB} = 25^\circ$.

Tính \widehat{HEM} và \widehat{BME}

Bài 5: (4 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A có $\widehat{A} = 20^\circ$, vẽ tam giác đều DBC (D nằm trong tam giác ABC). Tia phân giác của góc ABD cắt AC tại M . Chứng minh:

c) Tia AD là phân giác của góc BAC

d) $AM = BC$

Đề 4

Bài 1: (2 điểm)

Cho $A = 2-5+8-11+14-17+\dots+98-101$

a, Viết dạng tổng quát dạng thứ n của A

b, Tính A

Bài 2: (3 điểm)

Tìm x, y, z trong các trường hợp sau:

a, $2x = 3y = 5z$ và $|x-2y|=5$

b, $5x = 2y, 2x = 3z$ và $xy = 90$.

c, $\frac{y+z+1}{x} = \frac{x+z+2}{y} = \frac{x+y-3}{z} = \frac{1}{x+y+z}$

Bài 3: (1 điểm)

1. Cho $\frac{a_1}{a_2} = \frac{a_2}{a_3} = \frac{a_3}{a_4} = \dots = \frac{a_8}{a_9} = \frac{a_9}{a_1}$ và $(a_1+a_2+\dots+a_9 \neq 0)$

Chứng minh: $a_1 = a_2 = a_3 = \dots = a_9$

2. Cho tỉ lệ thức: $\frac{a+b+c}{a+b-c} = \frac{a-b+c}{a-b-c}$ và $b \neq 0$

Chứng minh $c = 0$

Bài 4: (2 điểm)

Cho 5 số nguyên a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 . Gọi b_1, b_2, b_3, b_4, b_5 là hoán vị của 5 số đã cho.

Chứng minh rằng tích $(a_1-b_1).(a_2-b_2).(a_3-b_3).(a_4-b_4).(a_5-b_5) : 2$

Bài 5: (2 điểm)

Cho đoạn thẳng AB và O là trung điểm của đoạn thẳng đó. Trên hai nửa mặt phẳng đối nhau qua AB , kẻ hai tia Ax và By song song với nhau. Trên tia Ax lấy hai điểm D và F sao cho $AC = BD$ và $AE = BF$.

Chứng minh rằng : $ED = CF$.

==== Hết====

ĐỀ 5

Bài 1: (3 điểm)

1. Thực hiện phép tính:
$$4,5 : \left[47,375 - \left(26\frac{1}{3} - 18,0,75 \right) . 2,4 : 0,88 \right]$$
$$17,81 : 1,37 - 23\frac{2}{3} : 1\frac{5}{6}$$

2. Tìm các giá trị của x và y thoả mãn: $|2x-27|^{2007} + (3y+10)^{2008} = 0$

3. Tìm các số a, b sao cho $\overline{2007ab}$ là bình phương của số tự nhiên.

Bài 2: (2 điểm)

1. Tìm x,y,z biết: $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ và $x-2y+3z = -10$

2. Cho bốn số a,b,c,d khác 0 và thoả mãn: $b^2 = ac; c^2 = bd; b^3 + c^3 + d^3 \neq 0$

Chứng minh rằng: $\frac{a^3 + b^3 + c^3}{b^3 + c^3 + d^3} = \frac{a}{d}$

Bài 3: (2 điểm)

1. Chứng minh rằng: $\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{100}} > 10$

2. Tìm x,y để $C = -18 - |2x-6| - |3y+9|$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 4: (3 điểm)

Cho tam giác ABC vuông cân tại A có trung tuyến AM. E là điểm thuộc cạnh BC.

Kẻ BH, CK vuông góc với AE (H, K thuộc AE).

1, Chứng minh: $BH = AK$

2, Cho biết MHK là tam giác gì? Tại sao?

==== Hết====

Đề số 6

Câu 1: Tìm các số a,b,c biết rằng: $ab = c; bc = 4a; ac = 9b$

Câu 2: Tìm số nguyên x thoả mãn:

a, $|5x-3| < 2$

b, $|3x+1| > 4$

c, $|4-x| + 2x = 3$

Câu 3: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = |x| + |8-x|$

Câu 4: Biết rằng $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2 = 385$. Tính tổng : $S = 2^2 + 4^2 + \dots + 20^2$

Câu 5 :

Cho tam giác ABC ,trung tuyến AM .Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AM, BI cắt cạnh AC tại D.

- Chứng minh $AC=3 AD$
- Chứng minh $ID =1/4BD$

----- Hết -----

ĐỀ SỐ 7

Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1 . (2đ) Cho: $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$. Chứng minh: $\left(\frac{a+b+c}{b+c+d}\right)^3 = \frac{a}{d}$.

Câu 2. (1đ). Tìm A biết rằng: $A = \frac{a}{b+c} = \frac{c}{a+b} = \frac{b}{c+a}$.

Câu 3. (2đ). Tìm $x \in Z$ để $A \in Z$ và tìm giá trị đó.

- $A = \frac{x+3}{x-2}$.
- $A = \frac{1-2x}{x+3}$.

Câu 4. (2đ). Tìm x, biết:

- $|x-3| = 5$.
- $(x+2)^2 = 81$.
- $5^x + 5^{x+2} = 650$

Câu 5. (3đ). Cho $\triangle ABC$ vuông cân tại A, trung tuyến AM . $E \in BC$, $BH \perp AE$, $CK \perp AE$, ($H, K \in AE$). Chứng minh $\triangle MHK$ vuông cân.

----- Hết -----

ĐỀ SỐ 8

Thời gian làm bài : 120 phút.

Câu 1 : (3 điểm).

1. Ba đường cao của tam giác ABC có độ dài là 4,12 ,a . Biết rằng a là một số tự nhiên. Tìm a ?

2. Chứng minh rằng từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (a,b,c ,d $\neq 0$, a**, c<d) ta suy ra được các tỉ lệ thức:**

- $\frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d}$.
- $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$.

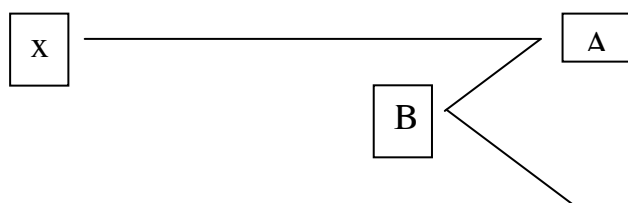
Câu 2: (1 điểm). Tìm số nguyên x sao cho: $(x^2 -1)(x^2 -4)(x^2 -7)(x^2 -10) < 0$.

Câu 3: (2 điểm).

Tìm giá trị nhỏ nhất của: $A = |x-a| + |x-b| + |x-c| + |x-d|$ với $a < b < c < d$.

Câu 4: (2 điểm). Cho hình vẽ.

- Biết $Ax \parallel Cy$. so sánh góc ABC với góc A+ góc C.
- góc ABC = góc A + góc C. Chứng minh $Ax \parallel Cy$.



y

C

Câu 5: (2 điểm)

Từ điểm O tùy ý trong tam giác ABC, kẻ OM, ON, OP lần lượt vuông góc với các cạnh BC, CA, AB. Chứng minh rằng:

$$AN^2 + BP^2 + CM^2 = AP^2 + BM^2 + CN^2$$

----- Hết -----

Đề số 9

Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1(2đ):

a) Tính: $A = 1 + \frac{3}{2^3} + \frac{4}{2^4} + \frac{5}{2^5} + \dots + \frac{100}{2^{100}}$

b) Tìm $n \in \mathbb{Z}$ sao cho $2n - 3 \vdots n + 1$

Câu 2 (2đ):

a) Tìm x biết: $3x - |2x+1| = 2$

b) Tìm x, y, z biết: $3(x-1) = 2(y-2)$, $4(y-2) = 3(z-3)$ và $2x+3y-z = 50$.

Câu 3(2đ): Ba phân số có tổng bằng $\frac{213}{70}$, các tử của chúng tỉ lệ với 3; 4; 5, các mẫu của chúng tỉ lệ với 5; 1; 2. Tìm ba phân số đó.

Câu 4(3đ): Cho tam giác ABC cân đỉnh A. Trên cạnh AB lấy điểm D, trên tia đối của tia CA lấy điểm E sao cho $BD = CE$. Gọi I là trung điểm của DE. Chứng minh ba điểm B, I, C thẳng hàng.

Câu 5(1đ): Tìm x, y thuộc \mathbb{Z} biết: $2x + \frac{1}{7} = \frac{1}{y}$

----- Hết -----

Đề số 10

Thời gian làm bài: 120'.

Câu 1: Tính :

a) $A = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{99.100}$.

b) $B = 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \frac{1}{4}(1+2+3+4) + \dots + \frac{1}{20}(1+2+3+\dots+20)$

Câu 2:

a) So sánh: $\sqrt{17} + \sqrt{26} + 1$ và $\sqrt{99}$.

b) Chứng minh rằng: $\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{100}} > 10$.

Câu 3:

Tìm số có 3 chữ số biết rằng số đó là bội của 18 và các chữ số của nó tỉ lệ theo 1:2:3

Câu 4

Cho tam giác ABC có góc B và góc C nhỏ hơn 90° . Vẽ ra phía ngoài tam giác ấy các tam giác vuông cân ABD và ACE (trong đó góc ABD và góc ACE đều bằng 90°), vẽ DI và EK cùng vuông góc với đường thẳng BC. Chứng minh rằng:

- a. $BI=CK$; $EK = HC$; b. $BC = DI + EK$.

Câu 5: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : $A = |x - 2001| + |x - 1|$

----- hết -----

Đề số 11

Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1: (1,5 đ) Tìm x biết:

a, $\frac{x+2}{327} + \frac{x+3}{326} + \frac{x+4}{325} + \frac{x+5}{324} + \frac{x+349}{5} = 0$

b, $|5x - 3| \geq 7$

Câu 2: (3 điểm)

a, Tính tổng: $S = \left(-\frac{1}{7}\right)^0 + \left(-\frac{1}{7}\right)^1 + \left(-\frac{1}{7}\right)^2 + \dots + \left(-\frac{1}{7}\right)^{2007}$

b, CMR: $\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \dots + \frac{99}{100!} < 1$

c, Chứng minh rằng mọi số nguyên dương n thì: $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ chia hết cho 10

Câu 3: (2 điểm) Độ dài ba cạnh của một tam giác tỉ lệ với 2;3;4. Hỏi ba chiều cao tương ứng ba cạnh đó tỉ lệ với số nào?

Câu 4: (2,5 điểm) Cho tam giác ABC có góc $B = 60^\circ$ hai đường phân giác AP và CQ của tam giác cắt nhau tại I.

- a, Tính góc AIC
b, CM : $IP = IQ$

Câu 5: (1 điểm) Cho $B = \frac{1}{2(n-1)^2 + 3}$. Tìm số nguyên n để B có giá trị lớn nhất.

----- hết -----

Đề số 12

Thời gian : 120'

Câu 1 : (3đ) Tìm số hữu tỉ x, biết :

a) $(x-1)^5 = -243$.

b) $\frac{x+2}{11} + \frac{x+2}{12} + \frac{x+2}{13} = \frac{x+2}{14} + \frac{x+2}{15}$

c) $x - 2\sqrt{x} = 0$ ($x \geq 0$)

Câu 2 : (3đ)

a, Tìm số nguyên x và y biết : $\frac{5}{x} + \frac{y}{4} = \frac{1}{8}$

b, Tìm số nguyên x để A có giá trị là 1 số nguyên biết : $A = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-3}}$ ($x \geq 0$)

Câu 3 : (1đ) Tìm x biết : $2 \cdot |5x-3| - 2x = 14$

Câu 4 : (3đ)

a, Cho ΔABC có các góc A, B, C tỉ lệ với 7; 5; 3. Các góc ngoài tương ứng tỉ lệ với các số nào.

b, Cho ΔABC cân tại A và $\hat{A} < 90^\circ$. Kẻ BD vuông góc với AC. Trên cạnh AB lấy điểm E sao cho : $AE = AD$. Chứng minh :

1) $DE \parallel BC$

2) CE vuông góc với AB.

-----Hết-----

Đề số 13

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1 (3 điểm)

a, Tính:
$$A = \frac{10 \frac{1}{3} (26 \frac{1}{3} - \frac{176}{7}) - \frac{12}{11} (\frac{10}{3} - 1,75)}{(\frac{5}{91 - 0,25}) \cdot \frac{60}{11} - 1}$$

b, Tính nhanh: $(18.123 + 9.436.2 + 3.5310.6) : (1 + 4 + 7 + \square\square + 100 - 410)$

Bài 2: (2điểm). Tìm 3 số nguyên dương sao cho tổng các nghịch đảo của chúng bằng 2.

Bài 3: (2 điểm). Cần bao nhiêu chữ số để đánh số trang một cuốn sách dày 234 trang.

Bài 4: (3 điểm) Cho ΔABC vuông tại B, đường cao BE Tìm số đo các góc nhọn của tam giác, biết $EC - EA = AB$.

----- hết -----

Đề số 14

Thời gian làm bài 120 phút

Bài 1 (2 điểm). Cho $A = |x+5| + 2 - x$.

a. Viết biểu thức A dưới dạng không có dấu giá trị tuyệt đối.

b. Tìm giá trị nhỏ nhất của A.

Bài 2 (2 điểm)

a. Chứng minh rằng : $\frac{1}{6} < \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{7^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < \frac{1}{4}$.

b. Tìm số nguyên a để : $\frac{2a+9}{a+3} + \frac{5a+17}{a+3} - \frac{3a}{a+3}$ là số nguyên.

Bài 3(2,5 điểm). Tìm n là số tự nhiên để : $A = (n+5)(n+6):6n$.

Bài 4(2 điểm) Cho góc xOy cố định. Trên tia Ox lấy M, Oy lấy N sao cho $OM + ON = m$ không đổi. Chứng minh : Đường trung trực của MN đi qua một điểm cố định.

Bài 5(1,5 điểm). Tìm đa thức bậc hai sao cho : $f(x) - f(x-1) = x$.

Áp dụng tính tổng : $S = 1 + 2 + 3 + \square + n$.

----- Hết -----

ĐỀ SỐ 15

Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1: (2đ) Rút gọn $A = \frac{x|x-2|}{x^2 + 8x - 20}$

Câu 2 (2đ) Ba lớp 7A,7B,7C có 94 học sinh tham gia trồng cây. Mỗi học sinh lớp 7A trồng được 3 cây, Mỗi học sinh lớp 7B trồng được 4 cây, Mỗi học sinh lớp 7C trồng được 5 cây,. Hỏi mỗi lớp có bao nhiêu học sinh. Biết rằng số cây mỗi lớp trồng được đều như nhau.

Câu 3: (1,5đ) Chứng minh rằng $\frac{10^{2006} + 53}{9}$ là một số tự nhiên.

Câu 4 : (3đ) Cho góc xAy = 60° vẽ tia phân giác Az của góc đó . Từ một điểm B trên Ax vẽ đường thẳng song song với với Ay cắt Az tại C. vẽ $Bh \perp Ay, CM \perp Ay, BK \perp AC$. Chứng minh rằng:

a, K là trung điểm của AC.

b, $BH = \frac{AC}{2}$

c, ΔKMC đều

Câu 5 (1,5 đ) Trong một kỳ thi học sinh giỏi cấp Huyện, bốn bạn Nam, Bắc, Tây, Đông đoạt 4 giải 1,2,3,4 . Biết rằng mỗi câu trong 3 câu dưới đây đúng một nửa và sai 1 nửa:

a, Tây đạt giải 1, Bắc đạt giải 2.

b, Tây đạt giải 2, Đông đạt giải 3.

c, Nam đạt giải 2, Đông đạt giải 4.

Em hãy xác định thứ tự đúng của giải cho các bạn.

----- Hết -----

ĐỀ SỐ 16:

Thời gian làm bài 120 phút

Câu 1: (2đ) Tìm x, biết:

a) $|3x-2| - x = 7$ b) $|2x-3| > 5$ c) $|3x-1| \leq 7$ d) $|3x-5| + |2x+3| = 7$

Câu 2: (2đ)

a) Tính tổng $S = 1 + 5^2 + 5^4 + \dots + 5^{200}$

b) So sánh $2^{30} + 3^{30} + 4^{30}$ và 3.24^{10}

Câu 3: (2đ) Cho tam giác ABC có góc B bằng 60^0 . Hai tia phân giác AM và CN của tam giác ABC cắt nhau tại I.

a) Tính góc AIC

b) Chứng minh $IM = IN$

Câu 4: (3đ) Cho M,N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AC của tam giác ABC. Các đường phân giác và phân giác ngoài của tam giác kẻ từ B cắt đường thẳng MN lần lượt tại D và E các tia AD và AE cắt đường thẳng BC theo thứ tự tại P và Q. Chứng minh:

a) $BD \perp AP; BE \perp AQ;$

b) B là trung điểm của PQ

c) $AB = DE$

Câu 5: (1đ) Với giá trị nguyên nào của x thì biểu thức $A = \frac{14-x}{4-x}$ Có giá trị lớn nhất?

Tìm giá trị đó.

Hết

ĐỀ SỐ 17:

Câu 1: (1,5 điểm) Tìm x, biết:

a. $|4x+3| - x = 15.$

b. $|3x-2| - x > 1.$

c. $|2x+3| \leq 5.$

Câu 2: (2 điểm)

a. Tính tổng: $A = (-7) + (-7)^2 + \square + (-7)^{2006} + (-7)^{2007}$. Chứng minh rằng: A chia hết cho 43.

b. Chứng minh rằng điều kiện cần và đủ để $m^2 + m.n + n^2$ chia hết cho 9 là: m, n chia hết cho 3.

Câu 3: (23,5 điểm) Độ dài các cạnh của một tam giác tỉ lệ với nhau như thế nào, biết nếu cộng lần lượt độ dài từng hai đường cao của tam giác đó thì các tổng này tỷ lệ theo 3:4:5.

Câu 4: (3 điểm) Cho tam giác ABC cân tại A. D là một điểm nằm trong tam giác, biết $\widehat{ADB} > \widehat{ADC}$. Chứng minh rằng: $DB < DC$.

Câu 5: (1 điểm) Tìm GTLN của biểu thức: $A = |x-1004| - |x+1003|.$

Hết

ĐỀ SỐ 18

Câu 1 (2 điểm): Tìm x, biết :

a. $|3x-2| + 5x = 4x-10$

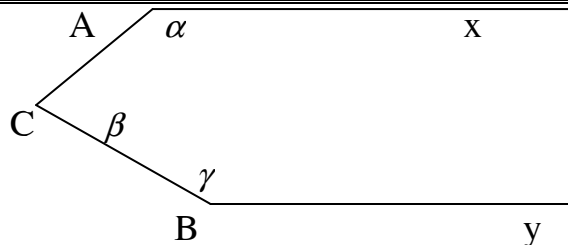
b. $3 + |2x + 5| > 13$

Câu 2: (3 điểm)

a. Tìm một số có 3 chữ số biết rằng số đó chia hết cho 18 và các chữ số của nó tỷ lệ với 1, 2, 3.

b. Chứng minh rằng: Tổng $A = 7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 + \dots + 7^{4n}$ chia hết cho 400 ($n \in \mathbb{N}$).

Câu 3 : (1điểm) cho hình vẽ , biết $\alpha + \beta + \gamma = 180^0$ chứng minh $Ax // By$.



Câu 4 (3 điểm) Cho tam giác cân ABC, có $\widehat{ABC} = 100^\circ$. Kẻ phân giác trong của góc CAB cắt AB tại D. Chứng minh rằng: $AD + DC = AB$

Câu 5 (1 điểm)

Tính tổng. $S = (-3)^0 + (-3)^1 + (-3)^2 + \dots + (-3)^{2004}$.

Đề số 19

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1: (2,5đ) Thực hiện phép tính sau một cách hợp lí:

$$-\frac{1}{90} - \frac{1}{72} - \frac{1}{56} - \frac{1}{42} - \frac{1}{30} - \frac{1}{20} - \frac{1}{12} - \frac{1}{6} - \frac{1}{2}$$

Bài 2: (2,5đ) Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = |x - 2| + |5 - x|$

Bài 3: (4đ) Cho tam giác ABC. Gọi H, G, O lần lượt là trực tâm, trọng tâm và giao điểm của 3 đường trung trực trong tam giác. Chứng minh rằng:

- a. AH bằng 2 lần khoảng cách từ O đến BC
- b. Ba điểm H, G, O thẳng hàng và $GH = 2GO$

Bài 4: (1 đ) Tìm tổng các hệ số của đa thức nhận được sau khi bỏ dấu ngoặc trong biểu thức $(3 - 4x + x^2)^{2006} \cdot (3 + 4x + x^2)^{2007}$.

----- Hết -----

Đề 20

Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1(3đ): Chứng minh rằng

$$A = 220^{11969} + 119^{69220} + 69^{220119} \text{ chia hết cho } 102$$

Câu 2(3đ): Tìm x, biết:

$$\text{a. } |x| + |x+2| = 3; \quad \text{b. } |3x-5| = |x+2|$$

Câu 3(3đ): Cho tam giác ABC. Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của BC, CA, AB. Các đường trung trực của tam giác gặp nhau tại O. Các đường cao AD, BE, CF gặp nhau tại H. Gọi I, K, R theo thứ tự là trung điểm của HA, HB, HC.

- a) C/m H, O và IM cắt nhau tại Q là trung điểm của mỗi đoạn.
- b) C/m $QI = QM = QD = OA/2$
- c) Hãy suy ra các kết quả tương tự như kết quả ở câu b.

Câu 4(1đ): Tìm giá trị của x để biểu thức $A = 10 - 3|x-5|$ đạt giá trị lớn nhất.

----- Hết -----

Đề 21:

Bài 1: (2đ) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+3}$

- a) Tính giá trị của A tại $x = \frac{1}{4}$
- b) Tìm giá trị của x để $A = -1$
- c) Tìm giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên.

Bài 2. (3đ)

- a) Tìm x biết: $\sqrt{7-x} = x-1$
- b) Tính tổng $M = 1 + (-2) + (-2)^2 + \dots + (-2)^{2006}$
- c) Cho đa thức: $f(x) = 5x^3 + 2x^4 - x^2 + 3x^2 - x^3 - x^4 + 1 - 4x^3$. Chứng tỏ rằng

đa thức trên không có nghiệm

Bài 3. (1đ) Hỏi tam giác ABC là tam giác gì biết rằng các góc của tam giác tỉ lệ với 1, 2, 3.

Bài 4. (3đ) Cho tam giác ABC có góc B bằng 60^0 . Hai tia phân giác AM và CN của tam giác ABC cắt nhau tại I.

- a) Tính góc AIC
- b) Chứng minh $IM = IN$

Bài 5. (1đ) Cho biểu thức $A = \frac{2006-x}{6-x}$. Tìm giá trị nguyên của x để A đạt giá trị lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó.

----- Hết -----

Đề 22

Câu 1:

1. Tính:

a. $\left(\frac{1}{2}\right)^{15} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{20}$ b. $\left(\frac{1}{9}\right)^{25} : \left(\frac{1}{3}\right)^{30}$

2. Rút gọn: $A = \frac{4^5 \cdot 9^4 - 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20}$

3. Biểu diễn số thập phân dưới dạng phân số và ngược lại:

a. $\frac{7}{33}$

b. $\frac{7}{22}$

c. 0, (21)

d. 0,5(16)

Câu 2: Trong một đợt lao động, ba khối 7, 8, 9 chuyên chở được 912 m³ đất. Trung bình mỗi học sinh khối 7, 8, 9 theo thứ tự làm được 1,2 ; 1,4 ; 1,6 m³ đất. Số học sinh khối 7, 8 tỉ lệ với 1 và 3. Khối 8 và 9 tỉ lệ với 4 và 5. Tính số học sinh mỗi khối.

Câu 3:

a. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $A = \frac{3}{(x+2)^2 + 4}$

b. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $B = (x+1)^2 + (y+3)^2 + 1$

Câu 4: Cho tam giác ABC cân (CA = CB) và $\angle C = 80^\circ$. Trong tam giác sao cho $\widehat{MBA} = 30^\circ$ và $\widehat{MAB} = 10^\circ$. Tính \widehat{MAC} .

Câu 5: Chứng minh rằng : nếu $(a,b) = 1$ thì $(a^2, a+b) = 1$.

----- Hết -----

ĐỀ 23

Thời gian: 120 phút.

Câu I: (2đ)

1) Cho $\frac{a-1}{2} = \frac{b+3}{4} = \frac{c-5}{6}$ và $5a - 3b - 4c = 46$. Xác định a, b, c

2) Cho tỉ lệ thức : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh : $\frac{2a^2 - 3ab + 5b^2}{2b^2 + 3ab} = \frac{2c^2 - 3cd + 5d^2}{2d^2 + 3cd}$. Với điều

kiện mẫu thức xác định.

Câu II : Tính : (2đ)

1) $A = \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{97.99}$

2) $B = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{50}} - \frac{1}{3^{51}}$

Câu III : (1,5 đ) Đổi thành phân số các số thập phân sau :

a. 0,2(3) ;

b. 1,12(32).

Câu IV : (1,5đ) Xác định các đa thức bậc 3 biết : $P(0) = 10; P(1) = 12; P(2) = 4 ; p(3) = 1$

Câu V : (3đ) Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn. Dựng ra phía ngoài 2 tam giác vuông cân đỉnh A là ABD và ACE . Gọi M;N;P lần lượt là trung điểm của BC; BD;CE .

a. Chứng minh : $BE = CD$ và $BE \perp$ với CD

b. Chứng minh tam giác MNP vuông cân

----- Hết -----

Đề 24

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1 (1,5đ): Thực hiện phép tính:

$$\text{a) } A = \frac{0,375 - 0,3 + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-0,265 + 0,5 - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} + \frac{1,5 + 1 - 0,75}{2,5 + \frac{5}{3} - 1,25}$$

$$\text{b) } B = 1 + 2^2 + 2^4 + \dots + 2^{100}$$

Bài 2 (1,5đ):

$$\text{a) So sánh: } 2^{30} + 3^{30} + 4^{30} \text{ và } 3 \cdot 24^{10}$$

$$\text{b) So sánh: } 4 + \sqrt{33} \text{ và } \sqrt{29} + \sqrt{14}$$

Bài 3 (2đ): Ba máy xay xay được 359 tấn thóc. Số ngày làm việc của các máy tỉ lệ với 3:4:5, số giờ làm việc của các máy tỉ lệ với 6, 7, 8, công suất các máy tỉ lệ nghịch với 5,4,3. Hỏi mỗi máy xay được bao nhiêu tấn thóc.

Bài 4 (1đ): Tìm x, y biết:

$$\text{a) } |3x - 4| \leq 3$$

$$\text{b) } \left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{99 \cdot 100} \right) - 2x = \frac{1}{2}$$

Bài 5 (3đ): Cho ΔABC có các góc nhỏ hơn 120° . Vẽ ở phía ngoài tam giác ABC các tam giác đều ABD, ACE . Gọi M là giao điểm của DC và BE . Chứng minh rằng:

$$\text{a) } \widehat{BMC} = 120^\circ$$

$$\text{b) } \widehat{AMB} = 120^\circ$$

Bài 6 (1đ): Cho hàm số $f(x)$ xác định với mọi x thuộc \mathbb{R} . Biết rằng với mọi x ta đều có: $f(x) + 3 \cdot f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2$. Tính $f(2)$.

----- Hết -----

Đề 25

Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1 (2đ) Tìm $x, y, z \in \mathbb{Z}$, biết

$$\text{a. } |x| + |-x| = 3 - x$$

$$\text{b. } \frac{x}{6} - \frac{1}{y} = \frac{1}{2}$$

$$\text{c. } 2x = 3y; 5x = 7z \text{ và } 3x - 7y + 5z = 30$$

Câu 2 (2đ)

$$\text{a. Cho } A = \left(\frac{1}{2^2} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{3^2} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{4^2} - 1\right) \dots \left(\frac{1}{100^2} - 1\right). \text{ Hãy so sánh } A \text{ với } -\frac{1}{2}$$

b. Cho $B = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-3}}$. Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để B có giá trị là một số nguyên dương

Câu 3 (2đ)

Một người đi từ A đến B với vận tốc 4km/h và dự định đến B lúc 11 giờ 45 phút. Sau khi đi được $\frac{1}{5}$ quãng đường thì người đó đi với vận tốc 3km/h nên đến B lúc 12 giờ trưa.

Tính quãng đường AB và người đó khởi hành lúc mấy giờ?

Câu 4 (3đ) Cho ΔABC có $\hat{A} > 90^\circ$. Gọi I là trung điểm của cạnh AC. Trên tia đối của tia IB lấy điểm D sao cho $IB = ID$. Nối c với D.

a. Chứng minh $\Delta AIB = \Delta CID$

b. Gọi M là trung điểm của BC; N là trung điểm của CD. Chứng minh rằng I là trung điểm của MN

c. Chứng minh $\widehat{AIB} < \widehat{BIC}$

d. Tìm điều kiện của ΔABC để $AC \perp CD$

Câu 5 (1đ) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{14-x}{4-x}; (x \in \mathbb{Z})$. Khi đó x nhận giá trị nguyên nào?

----- Hết -----

Đề 26

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1: (2,5đ)

a. Tìm x biết: $|2x-6| + 5x = 9$

b. Thực hiện phép tính: $(1+2+3+\dots+90) \cdot (12.34 - 6.68) : \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right)$;

c. So sánh $A = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{100}$ và $B = 2^{101}$.

Bài 2: (1,5đ) Tìm tỉ lệ ba cạnh của một tam giác biết rằng nếu cộng lần lượt độ dài từng hai đường cao của tam giác đó thì tỉ lệ các kết quả là $5 : 7 : 8$.

Bài 3: (2đ) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}}$.

a. Tính giá trị của A tại $x = \frac{16}{9}$ và $x = \frac{25}{9}$.

b. Tìm giá trị của x để $A = 5$.

Bài 4: (3đ) Cho tam giác ABC vuông tại C. Từ A, B kẻ hai phân giác cắt AC ở E, cắt BC tại D. Từ D, E hạ đường vuông góc xuống AB cắt AB ở M và N. Tính góc \widehat{MCN} ?

Bài 5: (1đ) Với giá trị nào của x thì biểu thức: $P = -x^2 - 8x + 5$. Có giá trị lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó?

----- Hết -----

Đề 27

Câu 1: (3đ)

a. Tính $A = (0,25)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$

b. Tìm số nguyên n, biết: $2^{-1} \cdot 2^n + 4 \cdot 2^n = 9 \cdot 2^5$

c. Chứng minh với mọi n nguyên dương thì: $3^{n+3} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ chia hết cho 10

Câu 2: ((3đ)

a. 130 học sinh thuộc 3 lớp 7A, 7B, 7C của một trường cùng tham gia trồng cây. Mỗi học sinh của lớp 7A, 7B, 7C theo thứ tự trồng được 2cây, 3 cây, 4 cây. Hỏi mỗi lớp có bao nhiêu học sinh tham gia trồng cây? Biết số cây trồng được của 3 lớp bằng nhau.

b. Chứng minh rằng: $-0,7 (43^{43} - 17^{17})$ là một số nguyên

Câu 3: (4đ) Cho tam giác cân ABC, AB=AC. Trên cạnh BC lấy điểm D. Trên Tia của tia BC lấy điểm E sao cho BD=BE. Các đường thẳng vuông góc với BC kẻ từ D và E cắt AB và AC lần lượt ở M và N. Chứng minh:

a. DM= ED

b. Đường thẳng BC cắt MN tại điểm I là trung điểm của MN.

c. Đường thẳng vuông góc với MN tại I luôn luôn đi qua một điểm cố định khi D thay đổi trên BC.

----- Hết -----

ĐỀ 28

Thời gian: 120 phút

Câu 1: (2 điểm). Rút gọn biểu thức

a. $|a| + a$

b. $|a| - a$

c. $3(x-1) - 2|x-3|$

Câu 2: Tìm x biết:

a. $|5x-3| - x = 7$

b. $|2x+3| - 4x < 9$

Câu 3: (2đ) Tìm một số có 3 chữ số biết rằng số đó chia hết cho 18 và các chữ số của nó tỷ lệ với 3 số 1; 2; 3.

Câu 4: (3,5đ). Cho ΔABC , trên cạnh AB lấy các điểm D và E. Sao cho AD = BE. Qua D và E vẽ các đường song song với BC, chúng cắt AC theo thứ tự ở M và N. Chứng minh rằng DM + EN = BC.

ĐỀ 29

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Bài 1:(1điểm) Hãy so sánh A và B, biết: $A = \frac{10^{2006} + 1}{10^{2007} + 1}$; $B = \frac{10^{2007} + 1}{10^{2008} + 1}$.

Bài 2:(2điểm) Thực hiện phép tính:

$$A = \left(1 - \frac{1}{1+2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{1+2+3}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{1+2+3+\dots+2006}\right)$$

Bài 3:(2điểm) Tìm các số x, y nguyên biết rằng: $\frac{x}{8} - \frac{1}{y} = \frac{1}{4}$

Bài 4:(2 điểm) Cho a, b, c là ba cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng:
 $2(ab + bc + ca) > a^2 + b^2 + c^2$.

Bài 5:(3 điểm) Cho tam giác ABC có $\widehat{B} = \widehat{C} = 50^\circ$. Gọi K là điểm trong tam giác sao cho $\widehat{KBC} = 10^\circ$ $\widehat{KCB} = 30^\circ$

- Chứng minh $BA = BK$.
- Tính số đo góc BAK.

----- Hết -----

Đề thi 30

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1. (4 điểm)

- Chứng minh rằng $7^6 + 7^5 - 7^4$ chia hết cho 55
- Tính $A = 1 + 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{49} + 5^{50}$

Bài 2. (4 điểm)

- Tìm các số a, b, c biết rằng: $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$ và $a + 2b - 3c = -20$
- Có 16 tờ giấy bạc loại 20 000đ, 50 000đ, 100 000đ. Trị giá mỗi loại tiền trên đều bằng nhau. Hỏi mỗi loại có mấy tờ?

Bài 3. (4 điểm)

- Cho hai đa thức $f(x) = x^5 - 3x^2 + 7x^4 - 9x^3 + x^2 - \frac{1}{4}x$
 $g(x) = 5x^4 - x^5 + x^2 - 2x^3 + 3x^2 - \frac{1}{4}$

Tính $f(x) + g(x)$ và $f(x) - g(x)$.

- Tính giá trị của đa thức sau:

$$A = x^2 + x^4 + x^6 + x^8 + \square + x^{100} \text{ tại } x = -1.$$

Bài 4. (4 điểm)

Cho tam giác ABC có góc A bằng 90° , trên cạnh BC lấy điểm E sao cho $BE = BA$. Tia phân giác của góc B cắt AC ở D.

- So sánh các độ dài DA và DE.
- Tính số đo góc BED.

Bài 5. (4 điểm)

Cho tam giác ABC, đồng trung tuyến AD. Kẻ đồng trung tuyến BE cắt AD ở G.
Gọi I, K theo thứ tự là trung điểm của GA, GB. Chứng minh rằng:

a) $IK \parallel DE$, $IK = DE$.

b) $AG = \frac{2}{3} AD$.

ĐÁP ÁN - ĐỀ 1

Câu 1: (2 điểm)

a. Do $\frac{1}{n^2} < \frac{1}{n^2-1}$ với mọi $n \geq 2$ nên . (0,2 điểm)

$$A < C = \frac{1}{2^2-1} + \frac{1}{3^2-1} + \frac{1}{4^2-1} + \dots + \frac{1}{n^2-1} \quad (0,2 \text{ điểm})$$

Mặt khác:

$$C = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{2.4} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(n-1).(n+1)} \quad (0,2 \text{ điểm})$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n+1} \right) \quad (0,2 \text{ điểm})$$

$$= - \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) < \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{4} < 1 \quad (0,2 \text{ điểm})$$

Vậy $A < 1$

b. (1 điểm). $B = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{6^2} + \dots + \frac{1}{(2n)^2}$ (0,25 điểm)

$$= \frac{1}{2^2} \left(1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} \right) \quad (0,25 \text{ điểm})$$

$$= \frac{1}{2^2} (1 + A) \quad (0,25 \text{ điểm})$$

$$\text{Suy ra } P < \frac{1}{2^2} (1+1) = \frac{1}{2} \quad ; \text{ Hay } P < \frac{1}{2} \quad (0,25 \text{ điểm})$$

Câu 2: (2 điểm)

Ta có $\sqrt[k+1]{\frac{k+1}{k}} > 1$ với $k = 1, 2, \dots, n$ (0,25 điểm)

áp dụng bất đẳng thức Cô Si cho $k+1$ số ta có:

$$\sqrt[k+1]{\frac{k+1}{k}} = \sqrt[k+1]{\frac{1.1 \dots 1. k+1}{k \cdot k}} < \frac{1+1+\dots+1+\frac{k+1}{k}}{k+1} = \frac{k}{k+1} + \frac{1}{k} = 1 + \frac{1}{k(k+1)} \quad (0,5 \text{ điểm})$$

$$\text{Suy ra } 1 < \sqrt[k+1]{\frac{k+1}{k}} < 1 + \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) \quad (0,5 \text{ điểm})$$

Lần lượt cho $k = 1, 2, 3, \dots, n$ rồi cộng lại ta được.

$$n < \sqrt{2} + \sqrt[3]{\frac{3}{2}} + \dots + \sqrt[n+1]{\frac{n+1}{n}} < n+1 - \frac{1}{n} < n+1 \quad (0,5 \text{ điểm})$$

$$\Rightarrow [\alpha] = n$$

Câu 3 (2 điểm)

Gọi h_a, h_b, h_c lần lượt là độ dài các đường cao của tam giác. Theo đề bài ta có:

$$\frac{h_a + h_b}{5} = \frac{h_b + h_c}{7} = \frac{h_c + h_a}{8} = \frac{2(h_a + h_b + h_c)}{20} = \frac{h_a + h_b + h_c}{10} \quad (0,4 \text{ điểm})$$

$$\Rightarrow \frac{h_c}{5} = \frac{h_b}{2} = \frac{h_a}{3} \Rightarrow h_a : h_b : h_c = 3 : 2 : 5 \quad (0,4 \text{ điểm})$$

$$\text{Mặt khác } S = \frac{1}{2} a h_a = \frac{1}{2} b h_b = \frac{1}{2} c h_c \quad (0,4 \text{ điểm})$$

$$\Rightarrow \frac{a}{\frac{1}{h_a}} = \frac{b}{\frac{1}{h_b}} = \frac{c}{\frac{1}{h_c}} \quad (0,4 \text{ điểm})$$

$$\Rightarrow a : b : c = \frac{1}{\frac{1}{h_a}} : \frac{1}{\frac{1}{h_b}} : \frac{1}{\frac{1}{h_c}} = \frac{1}{3} : \frac{1}{2} : \frac{1}{5} = 10 : 15 : 6 \quad (0,4 \text{ điểm})$$

Vậy $a : b : c = 10 : 10 : 6$

Câu 4: (2 điểm)

Trên tia Ox lấy A' , trên tia Oy lấy B' sao cho $OA' = OB' = a$ (0,25 điểm)

Ta có: $OA' + OB' = OA + OB = 2a \Rightarrow AA' = BB'$ (0,25 điểm)

Gọi H và K lần lượt là hình chiếu

Của A và B trên đường thẳng $A'B'$

Tam giác $HA A' =$ tam giác $KB B'$

(cạnh huyền, góc nhọn)

(0,5 điểm)

)

$\Rightarrow HA' = KB'$, do đó $HK = A'B'$

(0,25

điểm)

Ta chứng minh được

$HK \leq AB$ (Dấu " $=$ " \Leftrightarrow A trùng $A'B$ trùng B') (0,25 điểm)

do đó $A'B' \leq AB$

(0,2 điểm)

Vậy AB nhỏ nhất $\Leftrightarrow OA = OB = a$

(0,25 điểm)

Câu 5 (2 điểm)

Giả sử $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = d \in \mathbb{Q}$ (0,2 điểm)

$$\Rightarrow \sqrt{a} + \sqrt{b} = d - \sqrt{a}$$

$$\Rightarrow b + b + 2\sqrt{bc} = d^2 + a + 2d\sqrt{a} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} (0,2 \text{ điểm})$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{bc} = (d^2 + a - b - c) - 2d\sqrt{a} \quad (1) \quad (0,2 \text{ điểm})$$

$$\Rightarrow 4bc = (d^2 + a - b - c)^2 + 4d^2a - 4b(d^2 + a - b - c)\sqrt{a} \quad (0,2 \text{ điểm})$$

$$\Rightarrow 4d(d^2 + a - b - c)\sqrt{a} = (d^2 + a - b - c)^2 + 4d^2a - 4bc \quad (0,2 \text{ điểm})$$

* Nếu $4d(d^2 + a - b - c) \neq 0$ thì:

$$\sqrt{a} = \frac{(d^2 + a - b - c)^2 + 4d^2a - 4ab}{4d(d^2 + a - b - c)} \text{ là số hữu tỉ} \quad (0,25 \text{ điểm})$$

** Nếu $d(d^2 + a - b - c) = 0$ thì: $d = 0$ hoặc $d^2 + a - b - c = 0$ (0,25 điểm)

$$\left. \begin{aligned} + d = 0 \text{ ta có: } & \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 0 \\ \Rightarrow \sqrt{a} = \sqrt{b} = \sqrt{c} = 0 \in Q & \end{aligned} \right\} (0,25 \text{ điểm})$$

$$\left. \begin{aligned} + d^2 + a - b - c = 0 \text{ thì từ (1) } & \Rightarrow \sqrt{bc} = -d\sqrt{a} \\ \text{Vì } a, b, c, d \geq 0 \text{ nên } & \sqrt{a} = 0 \in Q \end{aligned} \right\} (0,25 \text{ điểm})$$

Vậy \sqrt{a} là số hữu tỉ.

Do a, b, c có vai trò như nhau nên $\sqrt{a}, \sqrt{b}, \sqrt{c}$ là các số hữu tỉ

Đề 2:

Bài 1: 3 điểm

$$\begin{aligned} & \left[18\frac{1}{6} - (0,06 : 7\frac{1}{2} + 3\frac{2}{5} \cdot 0,38) \right] : \left(19 - 2\frac{2}{3} \cdot 4\frac{3}{4} \right) = \\ & = \left[\frac{109}{6} - \left(\frac{6}{100} : \frac{15}{2} + \frac{17}{5} \cdot \frac{38}{100} \right) \right] : \left(19 - \frac{8}{3} \cdot \frac{19}{4} \right) \quad 0,5\text{đ} \\ & = \left[\frac{109}{6} - \left(\frac{3}{50} \cdot \frac{2}{15} + \frac{17}{5} \cdot \frac{19}{50} \right) \right] : \left(19 - \frac{38}{3} \right) \quad 1\text{đ} \\ & = \left[\frac{109}{6} - \left(\frac{2}{250} + \frac{323}{250} \right) \right] : \frac{19}{3} \quad 0,5 \\ & = \left(\frac{109}{6} - \frac{13}{10} \right) \cdot \frac{3}{19} = \quad 0,5\text{đ} \\ & = \frac{506}{30} \cdot \frac{3}{19} = \frac{253}{95} \quad 0,5\text{đ} \end{aligned}$$

Bài 2:

a) Từ $\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$ suy ra $c^2 = a \cdot b$ 0,5đ

khi đó $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a^2 + a \cdot b}{b^2 + a \cdot b}$ 0,5đ

$$= \frac{a(a+b)}{b(a+b)} = \frac{a}{b} \quad 0,5\text{đ}$$

b) Theo câu a) ta có: $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{b^2 + c^2}{a^2 + c^2} = \frac{b}{a}$ 0,5đ

từ $\frac{b^2 + c^2}{a^2 + c^2} = \frac{b}{a} \Rightarrow \frac{b^2 + c^2}{a^2 + c^2} - 1 = \frac{b}{a} - 1$ 1đ

hay $\frac{b^2 + c^2 - a^2 - c^2}{a^2 + c^2} = \frac{b - a}{a}$ 0,5đ

vậy $\frac{b^2 - a^2}{a^2 + c^2} = \frac{b - a}{a}$ 0,5đ

Bài 3:

$$a) \left| x + \frac{1}{5} \right| - 4 = -2$$

$$\left| x + \frac{1}{5} \right| = -2 + 4 \quad 0.5đ$$

$$\left| x + \frac{1}{5} \right| = 2 \Rightarrow x + \frac{1}{5} = 2 \text{ hoặc } x + \frac{1}{5} = -2 \quad 1đ$$

$$\text{Với } x + \frac{1}{5} = 2 \Rightarrow x = 2 - \frac{1}{5} \text{ hay } x = \frac{9}{5} \quad 0.25đ$$

$$\text{Với } x + \frac{1}{5} = -2 \Rightarrow x = -2 - \frac{1}{5} \text{ hay } x = -\frac{11}{5} \quad 0.25đ$$

b)

$$-\frac{15}{12}x + \frac{3}{7} = \frac{6}{5}x - \frac{1}{2}$$

$$\frac{6}{5}x + \frac{5}{4}x = \frac{3}{7} + \frac{1}{2} \quad 0.5đ$$

$$\left(\frac{6}{5} + \frac{5}{4}\right)x = \frac{13}{14} \quad 0.5đ$$

$$\frac{49}{20}x = \frac{13}{14} \quad 0.5đ$$

$$x = \frac{130}{343} \quad 0.5đ$$

Bài 4:

Cùng một đoạn đường, vận tốc và thời gian là hai đại lượng tỉ lệ nghịch 0.5đ

Gọi x, y, z là thời gian chuyển động lần lượt với các vận tốc $5\text{m/s}; 4\text{m/s}; 3\text{m/s}$

Ta có: $5 \cdot x = 4 \cdot y = 3 \cdot z$ và $x + x + y + z = 59$ 1đ

$$\text{hay: } \frac{x}{\frac{1}{5}} = \frac{y}{\frac{1}{4}} = \frac{z}{\frac{1}{3}} = \frac{x + x + y + z}{\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3}} = \frac{59}{\frac{60}{60}} = 60 \quad 0.5đ$$

Do đó:

$$x = 60 \cdot \frac{1}{5} = 12; \quad x = 60 \cdot \frac{1}{4} = 15; \quad x = 60 \cdot \frac{1}{3} = 20 \quad 0.5đ$$

Vận cạnh hình vuông là: $5 \cdot 12 = 60$ (m) 0.5đ

Bài 5:

-Vẽ hình, ghi GT, KL đúng 0.5đ

a) Chứng minh $\triangle ADB = \triangle ADC$ (c.c.c) 1đ

suy ra $\widehat{DAB} = \widehat{DAC}$

Do đó $\widehat{DAB} = 20^\circ : 2 = 10^\circ$

b) $\triangle ABC$ cân tại A, mà $\widehat{A} = 20^\circ$ (gt) nên

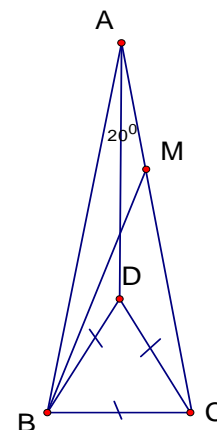
$\widehat{ABC} = (180^\circ - 20^\circ) : 2 = 80^\circ$

$\triangle ABC$ đều nên $\widehat{DBC} = 60^\circ$

Tia BD nằm giữa hai tia BA và BC suy ra

$\widehat{ABD} = 80^\circ - 60^\circ = 20^\circ$. Tia BM là phân giác của góc ABD

nên $\widehat{ABM} = 10^\circ$



Xét tam giác ABM và BAD có:

AB cạnh chung ; $\widehat{BAM} = \widehat{BAD} = 20^\circ$; $\widehat{ABM} = \widehat{DAB} = 10^\circ$

Vậy: $\triangle ABM = \triangle BAD$ (g.c.g) suy ra $AM = BD$, mà $BD = BC$ (gt) nên $AM = BC$

Bài 6:

$$25 - y^2 = 8(x - 2009)^2$$

Ta có $8(x-2009)^2 = 25 - y^2$
 $8(x-2009)^2 + y^2 = 25$ (*) 0.5đ

Vì $y^2 \geq 0$ nên $(x-2009)^2 \leq \frac{25}{8}$, suy ra $(x-2009)^2 = 0$ hoặc $(x-2009)^2 = 1$ 0.5đ

Với $(x - 2009)^2 = 1$ thay vào (*) ta có $y^2 = 17$ (loại)

Với $(x - 2009)^2 = 0$ thay vào (*) ta có $y^2 = 25$ suy ra $y = 5$ (do $y \in \mathbb{N}$) 0.5đ

Từ đó tìm được $(x=2009; y=5)$ 0.5đ

Đề 3

Bài 1:(4 điểm):

Đáp án

Thang
điểm

a) (2 điểm)

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3}$$

0,5 điểm

$$= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3+1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (1-7)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot (1+2^3)}$$

0,5 điểm

$$= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot 4} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (-6)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot 9}$$

0,5 điểm

$$= \frac{1}{6} - \frac{-10}{3} = \frac{7}{2}$$

0,5 điểm

b) (2 điểm)

$3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ - Với mọi số nguyên dương n ta có:

$$\begin{aligned} 3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n &= 3^{n+2} + 3^n - 2^{n+2} - 2^n \\ &= 3^n(3^2 + 1) - 2^n(2^2 + 1) \\ &= 3^n \cdot 10 - 2^n \cdot 5 = 3^n \cdot 10 - 2^{n-1} \cdot 10 \\ &= 10(3^n - 2^{n-1}) \end{aligned}$$

0,5 điểm
1 điểm

Vậy $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n : 10$ với mọi n là số nguyên dương. 0,5 điểm

Bài 2:(4 điểm)

Đáp án

Thang

điểm

a) (2 điểm)

$$\left| x - \frac{1}{3} \right| + \frac{4}{5} = \left| (-3, 2) + \frac{2}{5} \right| \Leftrightarrow \left| x - \frac{1}{3} \right| + \frac{4}{5} = \left| \frac{-16}{5} + \frac{2}{5} \right|$$

0,5 điểm

$$\Leftrightarrow \left| x - \frac{1}{3} \right| + \frac{4}{5} = \frac{14}{5}$$

0,5 điểm

$$\Leftrightarrow \left| x - \frac{1}{3} \right| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{1}{3} = 2 \\ x - \frac{1}{3} = -2 \end{cases}$$

0,5 điểm

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + \frac{1}{3} = \frac{7}{3} \\ x = -2 + \frac{1}{3} = \frac{-5}{3} \end{cases}$$

0,5 điểm

b) (2 điểm)

$$(x-7)^{x+1} - (x-7)^{x+11} = 0$$

0,5 điểm

$$\Leftrightarrow (x-7)^{x+1} [1 - (x-7)^{10}] = 0$$

0,5 điểm

$$\Leftrightarrow (x-7)^{(x+1)} [1 - (x-7)^{10}] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-7)^{x+1} = 0 \\ 1 - (x-7)^{10} = 0 \end{cases}$$

0,5 điểm

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-7=0 \Rightarrow x=7 \\ (x-7)^{10}=1 \Rightarrow x=8 \end{cases}$$

0,5 điểm

Bài 3: (4 điểm)

Đáp án

Thang điểm

a) (2,5 điểm)

Gọi a, b, c là ba số được chia ra từ số A.

$$\text{Theo đề bài ta có: } a : b : c = \frac{2}{5} : \frac{3}{4} : \frac{1}{6} \quad (1)$$

0,5 điểm

$$\text{và } a^2 + b^2 + c^2 = 24309 \quad (2)$$

0,5 điểm

$$\text{Từ (1)} \Rightarrow \frac{a}{\frac{2}{5}} = \frac{b}{\frac{3}{4}} = \frac{c}{\frac{1}{6}} = k \Rightarrow a = \frac{2}{5}k; b = \frac{3}{4}k; c = \frac{k}{6}$$

$$\text{Do đó (2)} \Leftrightarrow k^2 \left(\frac{4}{25} + \frac{9}{16} + \frac{1}{36} \right) = 24309$$

0,5 điểm

$$\Rightarrow k = 180 \text{ và } k = -180$$

+ Với $k = 180$, ta được: $a = 72$; $b = 135$; $c = 30$.

Khi đó ta có số $A = a + b + c = 237$.

0,5 điểm

+ Với $k = -180$, ta được: $a = -72$; $b = -135$; $c = -30$

Khi đó ta có số $A = -72 + (-135) + (-30) = -237$. 0,5 điểm

b) (1,5 điểm)

Từ $\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$ suy ra $c^2 = a.b$ 0,5 điểm

khi đó $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a^2 + a.b}{b^2 + a.b}$ 0,5 điểm

0,5 điểm

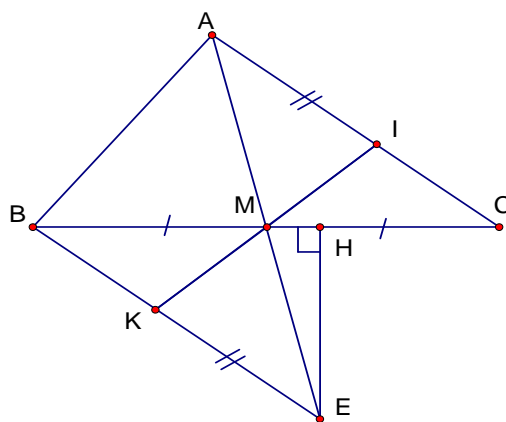
Bài 4: (4 điểm)

Đáp án

Vẽ hình

Thang
điểm

0,5 điểm



a/ (1điểm) Xét $\triangle AMC$ và $\triangle EMB$ có :

$AM = EM$ (gt)

$\widehat{AMC} = \widehat{EMB}$ (đối đỉnh)

$BM = MC$ (gt)

Nên : $\triangle AMC = \triangle EMB$ (c.g.c)

0,5 điểm

$\Rightarrow AC = EB$

Vì $\triangle AMC = \triangle EMB \Rightarrow \widehat{MAC} = \widehat{MEB}$

(2 góc có vị trí so le trong được tạo bởi đường thẳng AC và EB cắt đường thẳng AE)

Suy ra $AC \parallel BE$.

0,5 điểm

b/ (1 điểm)

Xét $\triangle AMI$ và $\triangle EMK$ có :

$AM = EM$ (gt)

$\widehat{MAI} = \widehat{MEK}$ (vì $\triangle AMC = \triangle EMB$)

$AI = EK$ (gt)

Nên $\triangle AMI = \triangle EMK$ (c.g.c)

0,5 điểm Suy ra

$\widehat{AMI} = \widehat{EMK}$

Mà $\widehat{AMI} + \widehat{IME} = 180^\circ$ (tính chất hai góc kề bù)

$\Rightarrow \widehat{EMK} + \widehat{IME} = 180^\circ$

\Rightarrow Ba điểm I;M;K thẳng hàng

0,5 điểm

c/ (1,5 điểm)

Trong tam giác vuông BHE ($\widehat{H} = 90^\circ$) có $\widehat{HBE} = 50^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{HBE} = 90^\circ - \widehat{HBE} = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$$

0,5

điểm

$$\Rightarrow \widehat{HEM} = \widehat{HEB} - \widehat{MEB} = 40^\circ - 25^\circ = 15^\circ$$

0,5

điểm

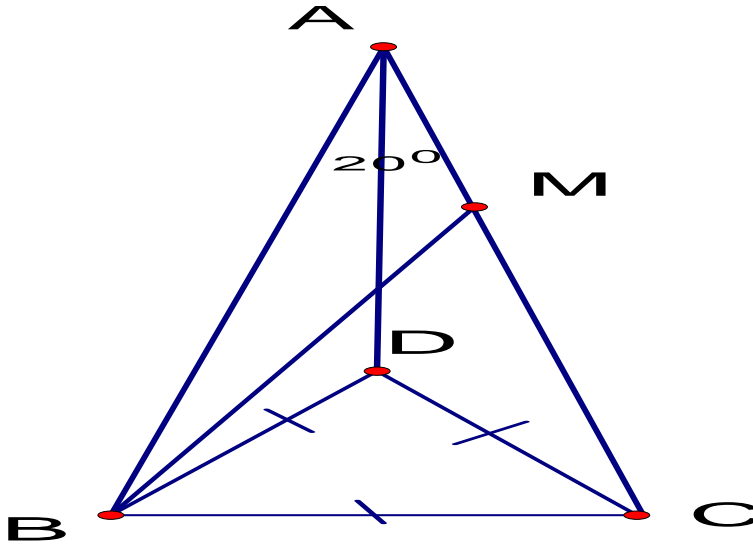
\widehat{BME} là góc ngoài tại đỉnh M của $\triangle HEM$

$$\text{Nên } \widehat{BME} = \widehat{HEM} + \widehat{MHE} = 15^\circ + 90^\circ = 105^\circ$$

(định lý góc ngoài của tam giác)

0,5 điểm

Bài 5: (4 điểm)



-Vẽ hình

a) Chứng minh $\triangle ADB = \triangle ADC$ (c.c.c)

1 điểm

suy ra $\widehat{DAB} = \widehat{DAC}$

0,5 điểm

Do đó $\widehat{DAB} = 20^\circ : 2 = 10^\circ$

0,5 điểm

b) $\triangle ABC$ cân tại A, mà $\widehat{A} = 20^\circ$ (gt) nên $\widehat{ABC} = (180^\circ - 20^\circ) : 2 = 80^\circ$

$\triangle ABC$ đều nên $\widehat{DBC} = 60^\circ$

0,5 điểm

Tia BD nằm giữa hai tia BA và BC suy ra $\widehat{ABD} = 80^\circ - 60^\circ = 20^\circ$.

Tia BM là phân giác của góc ABD

nên $\widehat{ABM} = 10^\circ$

0,5 điểm

Xét tam giác ABM và BAD có:

AB cạnh chung ; $\widehat{BAM} = \widehat{BAD} = 20^\circ$; $\widehat{ABM} = \widehat{DAB} = 10^\circ$

Vậy: $\triangle ABM = \triangle BAD$ (g.c.g)

suy ra $AM = BD$, mà $BD = BC$ (gt) nên $AM = BC$

0,5 điểm

ĐỀ 4

Bài	Nội dung cần đạt	Điểm
1.1	Số hạng thứ nhất là $(-1)^{1+1}(3.1-1)$	1

	Số hạng thứ hai là $(-1)^{2+1}(3.2-1) \dots$	
	Dạng tổng quát của số hạng thứ n là: $(-1)^{n+1}(3n-1)$	
1.2	$A = (-3).17 = -51$	1
2.1	$\frac{x}{3} = \frac{2y}{4}, 3y = 5z$. Nếu $x-2y = 5 \Rightarrow x = -15, y = -10, z = -6$	0,5
	Nếu $x-2y = -5 \Rightarrow x = 15, y = 10, z = 6$	0,5
2.2	$\frac{x}{2} = \frac{y}{5} \Rightarrow \frac{x^2}{4} = \frac{xy}{10} = 9 \Rightarrow x = \pm 6$	0,5
	Ta có $2x = 3z$ nên $x_1 = 6; y_1 = 15; z_1 = 4$ và	0,25
	$x_1 = -6; y_1 = -15; z_1 = -4$	0,25
2.3	$\frac{y+z+1}{x} = \frac{x+z+2}{y} = \frac{x+y-3}{z} = \frac{1}{x+y+z} = 2$	0,5
	$\Rightarrow x+y+z = 0,5 \Rightarrow \frac{0,5-x+1}{x} = \frac{0,5-y+2}{y} = \frac{0,5-z-3}{z} = 2$	0,5
	$\Rightarrow x = \frac{1}{2}; y = \frac{5}{6}; z = -\frac{5}{6}$	0,5
3.1	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{a_2}{a_3} = \frac{a_3}{a_4} = \dots = \frac{a_8}{a_9} = \frac{a_9}{a_1} = \frac{a_1+a_2+\dots+a_9}{a_1+a_2+\dots+a_9} = 1$ (vì $a_1+a_2+\dots+a_9 \neq 0$)	0,25
	$\Rightarrow a_1 = a_2; a_2 = a_3; \dots; a_9 = a_1$	0,25
	$\Rightarrow a_1 = a_2 = a_3 = \dots = a_9$	
3.2	$\frac{a+b+c}{a+b-c} = \frac{a-b+c}{a-b-c} = \frac{(a+b+c)-(a-b+c)}{(a+b-c)-(a-b-c)} = \frac{2b}{2b} = 1$ (vì $b \neq 0$)	0,25
	$\Rightarrow a+b+c = a+b-c \Rightarrow 2c = 0 \Rightarrow c = 0$	0,25
4.1	Đặt $c_1 = a_1-b_1; c_2 = a_2-b_2; \dots; c_5 = a_5-b_5$	0,25
	Xét tổng $c_1 + c_2 + c_3 + \dots + c_5 = (a_1-b_1) + (a_2-b_2) + \dots + (a_5-b_5) = 0$	0,25
	$\Rightarrow c_1; c_2; c_3; c_4; c_5$ phải có một số chẵn	0,25
	$\Rightarrow c_1 \cdot c_2 \cdot c_3 \cdot c_4 \cdot c_5 \vdots 2$	0,25
4.2	$\triangle AOE = \triangle BOF$ (c.g.c) $\Rightarrow O, E, F$ thẳng hàng và $OE = OF$	0,5
	$\triangle AOC = \triangle BOD$ (c.g.c) $\Rightarrow C, O, D$ thẳng hàng và $OC = OD$	
	$\triangle EOD = \triangle FOC$ (c.g.c) $\Rightarrow ED = CF$	

Đề 5

Bài	Nội dung cần đạt	Điểm
1.1	Số bị chia = 4/11	0,5
	Số chia = 1/11	0,25
	Kết quả = 4	0,25
1.2	Vì $ 2x-27 ^{2007} \geq 0 \forall x$ và $(3y+10)^{2008} \geq 0 \forall y$	0,25
	$\Rightarrow 2x-27 ^{2007} = 0$ và $(3y+10)^{2008} = 0$	0,25
	$x = 27/2$ và $y = -10/3$	0,5
1.3	Vì $00 \leq \overline{ab} \leq 99$ và $a, b \in \mathbb{N}$	0,25
	$\Rightarrow 200700 \leq 2007\overline{ab} \leq 200799$	0,25
	$\Rightarrow 447^2 < \overline{2007ab} < 449^2$	0,25
	$\Rightarrow \overline{2007ab} = 448^2 \Rightarrow a = 0; b = 4$	0,25

2.1	Đặt $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4} = k$	0,25
	áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ... $k = -2$	0,5
	$X = -3; y = -4; z = -5$	0,25
2.2	Từ giả thiết suy ra $b^2 = ac; c^2 = bd; \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$	0,25
	Ta có $\frac{a^3}{b^3} = \frac{b^3}{c^3} = \frac{c^3}{d^3} = \frac{a^3+b^3+c^3}{b^3+c^3+d^3}$ (1)	0,25
	Lại có $\frac{a^3}{b^3} = \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} = \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a}{d}$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{a^3+b^3+c^3}{b^3+c^3+d^3} = \frac{a}{d}$	0,25
3.1	Ta có: $\frac{1}{\sqrt{1}} > \frac{1}{\sqrt{10}}; \frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{1}{\sqrt{10}}; \frac{1}{\sqrt{3}} > \frac{1}{\sqrt{10}} \dots \frac{1}{\sqrt{9}} > \frac{1}{\sqrt{10}}; \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$	0,5
	$\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{100}} > 10$	0,5
3.2	Ta có $C = -18 - (2x-6 + 3y+9) \leq -18$	0,5
	Vì $ 2x-6 \geq 0; 3y+9 \geq 0$	0,25
	$\text{Max } C = -18 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-6=0 \\ 3y+9=0 \end{cases} x = 3 \text{ và } y = -3$	0,25
4.1	$\Delta ABH = \Delta CAK$ (g.c.g) $\Rightarrow BH = AK$	
4.2	$\Delta MAH = \Delta MCK$ (c.g.c) $\Rightarrow MH = MK$ (1)	
	\Rightarrow góc AMH = góc CMK \Rightarrow góc HMK = 90° (2)	
	Từ (1) và (2) $\Rightarrow \Delta MHK$ vuông cân tại M	

Đáp án đề số 6

Câu 1: Nhân từng vế bất đẳng thức ta được : $(abc)^2 = 36abc$

+, Nếu một trong các số a,b,c bằng 0 thì 2 số còn lại cũng bằng 0

+, Nếu cả 3 số a,b,c khác 0 thì chia 2 vế cho abc ta được $abc = 36$

+, Từ $abc = 36$ và $ab = c$ ta được $c^2 = 36$ nên $c = 6; c = -6$

+, Từ $abc = 36$ và $bc = 4a$ ta được $4a^2 = 36$ nên $a = 3; a = -3$

+, Từ $abc = 36$ và $ab = 9b$ ta được $9b^2 = 36$ nên $b = 2; b = -2$

-, Nếu $c = 6$ thì a và b cùng dấu nên $a = 3, b = 2$ hoặc $a = -3, b = -2$

-, Nếu $c = -6$ thì a và b trái dấu nên $a = 3, b = -2$ hoặc $a = -3, b = 2$

Tóm lại có 5 bộ số (a,b,c) thỏa mãn bài toán

$(0,0,0); (3,2,6); (-3,-2,6); (3,-2,-6); (-3,2,-6)$

Câu 2. (3đ)

a.(1đ) $|5x-3| < 2 \Leftrightarrow -2 < 5x-3 < 2$ (0,5đ)

$\Leftrightarrow \square \Leftrightarrow 1/5 < x < 1$ (0,5đ)

b.(1đ) $|3x+1| > 4 \Rightarrow 3x+1 > 4$ hoặc $3x+1 < -4$ (0,5đ)

*Nếu $3x+1 > 4 \Rightarrow x > 1$

*Nếu $3x+1 < -4 \Rightarrow x < -5/3$

Vậy $x > 1$ hoặc $x < -5/3$ (0,5đ)

c. (1đ) $|4-x| + 2x = 3$ (1)

* $4-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 4$ (0,25đ)

(1) $\Leftrightarrow 4-x+2x=3 \Rightarrow x=-1$ (thỏa mãn đk) (0,25đ)

* $4-x < 0 \Rightarrow x > 4$ (0,25đ)

(1) $\Leftrightarrow x-4+2x=3 \Leftrightarrow x=7/3$ (loại) (0,25đ)

Câu3. (1đ) Áp dụng $|a+b| \leq |a| + |b|$ Ta có

$A = |x| + |8-x| \geq |x+8-x| = 8$

MinA = 8 $\Leftrightarrow x(8-x) \geq 0$ (0,25đ)

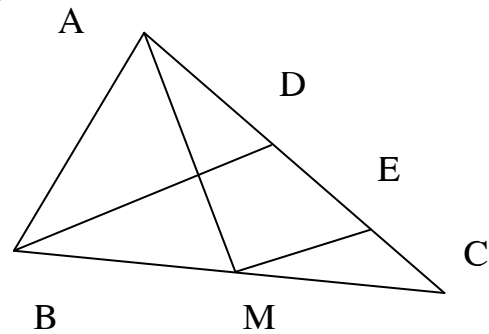
* $\begin{cases} x \geq 0 \\ 8-x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow 0 \leq x \leq 8$ (0,25đ)

* $\begin{cases} x \leq 0 \\ 8-x \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq 8 \end{cases}$ không thỏa mãn (0,25đ)

Vậy minA = 8 khi $0 \leq x \leq 8$ (0,25đ)

Câu4. Ta có $S = (2.1)^2 + (2.2)^2 + \dots + (2.10)^2$ (0,5đ) $= 2^2.1^2 + 2^2.2^2 + \dots + 2^2.10^2$
 $= 2^2(1^2 + 2^2 + \dots + 10^2) = 2^2.385 = 1540$ (0,5đ)

Câu5. (3đ)



Chứng minh: a (1,5đ)

Gọi E là trung điểm CD trong tam giác BCD có ME là đường trung bình $\Rightarrow ME \parallel BD$ (0,25đ)

Trong tam giác MAE có I là trung điểm của cạnh AM (gt) mà $ID \parallel ME$ (gt)

Nên D là trung điểm của AE $\Rightarrow AD = DE$ (1) (0,5đ)

Vì E là trung điểm của DC $\Rightarrow DE = EC$ (2) (0,5đ)

So sánh (1) và (2) $\Rightarrow AD = DE = EC \Rightarrow AC = 3AD$ (0,25đ)

b. (1đ)

Trong tam giác MAE, ID là đường trung bình (theo a) $\Rightarrow ID = 1/2 ME$ (1) (0,25đ)

Trong tam giác BCD; ME là Đường trung bình $\Rightarrow ME = 1/2 BD$ (2) (0,5đ)

So sánh (1) và (2) $\Rightarrow ID = 1/4 BD$ (0,25đ)

Đáp án đề số 7

Câu 1. Ta có $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a}{d}$. (1) Ta lại có $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{a+b+c}{b+c+a}$. (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \left(\frac{a+b+c}{b+c+d}\right)^3 = \frac{a}{d}$.

Câu 2. $A = \frac{a}{b+c} = \frac{c}{a+b} = \frac{b}{c+a} = \frac{a+b+c}{2(a+b+c)}$.

Nếu $a+b+c \neq 0 \Rightarrow A = \frac{1}{2}$.

Nếu $a+b+c = 0 \Rightarrow A = -1$.

Câu 3. a). $A = 1 + \frac{5}{x-2}$ để $A \in \mathbb{Z}$ thì $x-2$ là ước của 5.

$\Rightarrow x - 2 = (\pm 1; \pm 5)$

* $x = 3 \Rightarrow A = 6$

* $x = 7 \Rightarrow A = 2$

* $x = 1 \Rightarrow A = -4$

* $x = -3 \Rightarrow A = 0$

b) $A = \frac{7}{x+3} - 2$ để $A \in \mathbb{Z}$ thì $x+3$ là ước của 7.

$\Rightarrow x + 3 = (\pm 1; \pm 7)$

* $x = -2 \Rightarrow A = 5$

* $x = 4 \Rightarrow A = -1$

* $x = -4 \Rightarrow A = -9$

* $x = -10 \Rightarrow A = -3$.

Câu 4. a). $x = 8$ hoặc -2

b). $x = 7$ hoặc -11

c). $x = 2$.

Câu 5. (Tự vẽ hình)

$\triangle MHK$ là \triangle cân tại M .

Thật vậy: $\triangle ACK = \triangle BAH$. (g.c.g) $\Rightarrow AK = BH$.

$\triangle AMK = \triangle BMH$ (g.c.g) $\Rightarrow MK = MH$.

Vậy: $\triangle MHK$ cân tại M .

Đáp án đề số 8

Câu 1: Gọi x, y, z là độ dài 3 cạnh tương ứng với các đường cao bằng 4, 12, a .

Ta có: $4x = 12y = az = 2S$

$\Rightarrow x = S/2; y = S/6; z = 2S/a$ (0,5 điểm)

Do $x-y < z < x+y$ nên

$\frac{S}{2} - \frac{S}{6} < \frac{2S}{a} < \frac{S}{2} + \frac{S}{6} \Rightarrow \frac{2}{6} < \frac{2}{a} < \frac{2}{3}$ (0,5 điểm)

$\Rightarrow 3, a, 6$ Do $a \in \mathbb{N}$ nên $a=4$ hoặc $a=5$. (0,5 điểm)

2. a. Từ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{a-b}{c-d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{a-b}{c-d} \Leftrightarrow \frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d}$ (0,75 điểm)

$$b. \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{a+b}{c+d} \Rightarrow \frac{b}{d} = \frac{a+b}{c+d} \Leftrightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \quad (0,75 \text{ điểm})$$

Câu 2: Vì tích của 4 số : $x^2 - 1$; $x^2 - 4$; $x^2 - 7$; $x^2 - 10$ là số âm nên phải có 1 số âm hoặc 3 số âm.

Ta có : $x^2 - 10 < x^2 - 7 < x^2 - 4 < x^2 - 1$. Xét 2 trường hợp:

+ Có 1 số âm: $x^2 - 10 < x^2 - 7 \Rightarrow x^2 - 10 < 0 < x^2 - 7$

$\Rightarrow 7 < x^2 < 10 \Rightarrow x^2 = 9$ (do $x \in \mathbb{Z}$) $\Rightarrow x = \pm 3$. (0,5 điểm)

+ có 3 số âm; 1 số dương.

$$x^2 - 4 < 0 < x^2 - 1 \Rightarrow 1 < x^2 < 4$$

do $x \in \mathbb{Z}$ nên không tồn tại x .

Vậy $x = \pm 3$ (0,5 điểm)

Câu 3: Trước tiên tìm GTNN $B = |x-a| + |x-b|$ với $a < b$.

Ta có $\text{Min } B = b - a$ (0,5 điểm)

Với $A = |x-a| + |x-b| + |x-c| + |x-d|$

$$= [|x-a| + |x-d|] + [|x-c| + |x-b|]$$

Ta có : $\text{Min } [|x-a| + |x-d|] = d-a$ khi $a \leq x \leq d$

$\text{Min } [|x-c| + |x-b|] = c - b$ khi $b \leq x \leq c$ (0,5 điểm)

Vậy $A_{\text{min}} = d-a + c - b$ khi $b \leq x \leq c$ (0,5 điểm)

Câu 4: (2 điểm)

A, Vẽ $Bm \parallel Ax$ sao cho Bm nằm trong góc $ABC \Rightarrow Bm \parallel Cy$ (0,5 điểm)

Do đó góc $ABm =$ góc A ; Góc $CBm =$ góc C

$\Rightarrow ABm + CBm = A + C$ tức là $ABC = A + C$ (0,5 điểm)

b. Vẽ tia Bm sao cho ABm và A là 2 góc so le trong và $ABM = A \Rightarrow Ax \parallel Bm$ (1)

$CBm = C \Rightarrow Cy \parallel Bm$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow Ax \parallel By$

Câu 5: áp dụng định lí Pi ta go vào tam giác vuông NOA và NOC ta có:

$$AN^2 = OA^2 - ON^2; CN^2 = OC^2 - ON^2 \Rightarrow CN^2 - AN^2 = OC^2 - OA^2 \quad (1) \quad (0,5 \text{ điểm})$$

Tương tự ta cũng có: $AP^2 - BP^2 = OA^2 - OB^2$ (2); $MB^2 - CM^2 = OB^2 - OC^2$ (3) (0,5 điểm)

Từ (1); (2) và (3) ta có: $AN^2 + BP^2 + CM^2 = AP^2 + BM^2 + CN^2$ (0,5 điểm).

Hướng dẫn chấm đề số 9

Câu 1(2đ):

$$a) A = 2 - \frac{1}{2^{99}} - \frac{100}{2^{100}} = 2 - \frac{102}{2^{100}} \quad (1đ)$$

$$b) 2n-3 : n+1 \Leftrightarrow 5 : n+1 \quad (0,5đ)$$

n + 1	-1	1	-5	5
n	-2	0	-6	4

$$\Rightarrow n = \{-6; -2; 0; 4\} \quad (0,5đ)$$

Câu 2(2đ):

a) Nếu $x \geq \frac{-1}{2}$ thì : $3x - 2x - 1 = 2 \Rightarrow x = 3$ (thỏa mãn) (0,5đ)

Nếu $x < \frac{-1}{2}$ thì : $3x + 2x + 1 = 2 \Rightarrow x = 1/5$ (loại) (0,5đ)

Vậy: $x = 3$

b) $\Rightarrow \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ và $2x + 3y - z = 50$ (0,5đ)

$\Rightarrow x = 11, y = 17, z = 23.$ (0,5đ)

Câu 3(2đ): Các phân số phải tìm là: a, b, c ta có : $a + b + c = \frac{213}{70}$

và $a : b : c = \frac{3}{5} : \frac{4}{1} : \frac{5}{2} = 6 : 40 : 25$ (1đ) $\Rightarrow a = \frac{9}{35}, b = \frac{12}{7}, c = \frac{15}{14}$ (1đ)

Câu 4(3đ):

Kẻ $DF \parallel AC$ (F thuộc BC) (0,5đ)

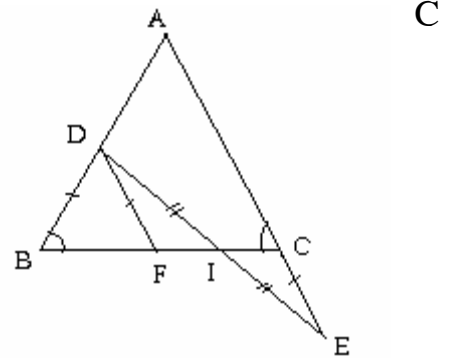
$\Rightarrow DF = BD = CE$ (0,5đ) $\Rightarrow \triangle IDF = \triangle IFC$ (c.g.c) (1đ)

\Rightarrow góc DIF = góc EIC \Rightarrow F, I, C thẳng hàng \Rightarrow B, I, thẳng hàng (1đ)

Câu 5(1đ):

$\Rightarrow \frac{7.2x+1}{7} = \frac{1}{y} \Rightarrow y(14x+1) = 7$

$\Rightarrow (x ; y)$ cần tìm là (0 ; 7)



Đáp án đề số 10

Câu 1: a) Ta có: $\frac{1}{1.2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}$; $\frac{1}{2.3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$; $\frac{1}{3.4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$; \square ; $\frac{1}{99.100} = \frac{1}{99} - \frac{1}{100}$

Vậy $A = 1 + \left(\frac{-1}{2} + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{-1}{3} + \frac{1}{3}\right) + \dots + \left(\frac{-1}{99} + \frac{1}{99}\right) - \frac{1}{100} = 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100}$

b) $A = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{2.3}{2}\right) + \frac{1}{3} \left(\frac{3.4}{2}\right) + \frac{1}{4} \left(\frac{4.5}{2}\right) + \dots + \frac{1}{20} \left(\frac{20.21}{2}\right) =$

$= 1 + \frac{3}{2} + \frac{4}{2} + \dots + \frac{21}{2} = \frac{1}{2}(2+3+4+\dots+21) =$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{21.22}{2} - 1 \right) = 115.$$

Câu 2: a) Ta có: $\sqrt{17} > 4$; $\sqrt{26} > 5$ nên $\sqrt{17} + \sqrt{26} + 1 > 4 + 5 + 1$ hay $\sqrt{17} + \sqrt{26} + 1 > 10$
 Còn $\sqrt{99} < 10$. Do đó: $\sqrt{17} + \sqrt{26} + 1 > \sqrt{99}$

b) $\frac{1}{\sqrt{1}} > \frac{1}{10}$; $\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{1}{10}$; $\frac{1}{\sqrt{3}} > \frac{1}{10}$; $\square \dots$; $\frac{1}{\sqrt{100}} = \frac{1}{10}$.

Vậy: $\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{100}} > 100 \cdot \frac{1}{10} = 10$

Câu 3: Gọi a,b,c của là các chữ số của số có ba chữ số cần tìm. Vì mỗi chữ số a,b,c của không vượt quá 9 và ba chữ số a,b,c của không thể đồng thời bằng 0, vì khi đó ta không được số có ba chữ số nên: $1 \leq a+b+c \leq 27$

Mặt khác số phải tìm là bội của 18 nên $a+b+c = 9$ hoặc $a+b+c = 18$ hoặc $a+b+c = 27$

Theo giả thiết, ta có: $\frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} = \frac{a+b+c}{6}$ Do đó: (a+b+c) chia hết cho 6

Nên: $a+b+c = 18 \Rightarrow \frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} = \frac{18}{6} = 3 \Rightarrow a=3; b=6; c=9$

Vì số phải tìm chia hết cho 18 nên chữ số hàng đơn vị của nó phải là số chẵn.

Vậy các số phải tìm là: 396; 936.

Câu 4:

a) Vẽ $AH \perp BC$; ($H \in BC$) của ΔABC

+ hai tam giác vuông AHB và BID có:

$BD = AB$ (gt)

Góc $A_1 =$ góc B_1 (cùng phụ với góc B_2)

$\Rightarrow \Delta AHB = \Delta BID$ (cạnh huyền, góc nhọn)

$\Rightarrow AH \perp BI$ (1) và $DI = BH$

+ Xét hai tam giác vuông AHC và CKE có:

$A_2 =$ góc C_1 (cùng phụ với góc C_2)

$AC = CE$ (gt)

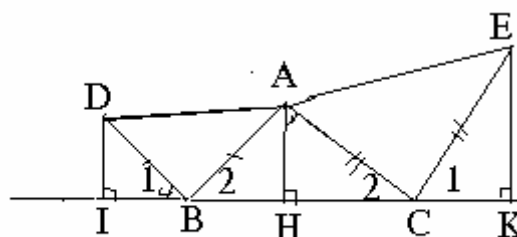
$\Rightarrow \Delta AHC = \Delta CKB$ (cạnh huyền, góc nhọn) $\Rightarrow AH = CK$ (2)

từ (1) và (2) $\Rightarrow BI = CK$ và $EK = HC$.

b) Ta có: $DI = BH$ (Chứng minh trên)

tương tự: $EK = HC$

Từ đó $BC = BH + HC = DI + EK$.



Góc

Câu 5: Ta có:

$$A = |x - 2001| + |x - 1| = |x - 2001| + |1 - x| \geq |x - 2001 + 1 - x| = 2000$$

Vậy biểu thức đã cho đạt giá trị nhỏ nhất là 2000 khi x-2001 và 1-x cùng dấu, tức là :

$$1 \leq x \leq 2001$$

biểu điểm :

Câu 1: 2 điểm . a. 1 điểm b. 1 điểm

Câu 2: 2 điểm : a. 1 điểm b. 1 điểm .

Câu 3 : 1,5 điểm

Câu 4: 3 điểm : a. 2 điểm ; b. 1 điểm .

Câu 5 : 1,5 điểm .

Đáp án đề số 11

Câu 1:

a, (1) $\Leftrightarrow \frac{x+2}{327} + 1 + \frac{x+3}{326} + 1 + \frac{x+4}{325} + 1 + \frac{x+5}{324} + 1 + \frac{x+349}{5} - 4 = 0$ (0,5 đ)

..... $\Leftrightarrow (x+329)\left(\frac{1}{327} + \frac{1}{326} + \frac{1}{325} + \frac{1}{324} + \frac{1}{5}\right) = 0$

$\Leftrightarrow x+329=0 \Leftrightarrow x=-329$ (0,5 đ)

b, a. Tìm x, biết: $|5x-3| - x = 7 \Leftrightarrow |5x-3| = x+7$ (1) (0,25 đ)

ĐK: $x \geq -7$ (0,25 đ)

(1) $\Rightarrow \begin{cases} 5x-3 = x+7 \\ 5x-3 = -(x+7) \end{cases} \square$. (0,25 đ)

Vậy có hai giá trị x thỏa mãn điều kiện đầu bài. $x_1 = 5/2$; $x_2 = -2/3$ (0,25 đ).

Câu 2:

a, $S = 1 - \frac{1}{7} + \frac{1}{7^2} - \frac{1}{7^3} + \frac{1}{7^4} + \dots - \frac{1}{7^{2007}}$; $7S = 7 - 1 + \frac{1}{7} - \frac{1}{7^2} + \frac{1}{7^3} - \dots - \frac{1}{7^{2006}}$ (0,5 đ)

$8S = 7 - \frac{1}{7^{2007}} \Rightarrow S = \frac{7 - \frac{1}{7^{2007}}}{8}$ (0,5 đ)

b, $\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \dots + \frac{99}{100!} = \frac{2-1}{2!} + \frac{3-1}{3!} + \dots + \frac{100-1}{100!}$ (0,5 đ)

..... $= 1 - \frac{1}{100!} < 1$ (0,5 đ)

c, Ta có $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n = 3^{n+2} + 3^n - (2^{n+2} - 2^n)$ (0,5 đ)

..... $3^n \cdot 10 - 2^n \cdot 5 = 3^n \cdot 10 - 2^{n-2} \cdot 10 = 10(3^n - 2^{n-2}) : 10$ (0,5 đ)

Câu 3: Gọi độ dài 3 cạnh là a, b, c, 3 chiều cao tương ứng là x, y, z, diện tích S (0,5 đ)

$a = \frac{2S}{x}$ $b = \frac{2S}{y}$ $c = \frac{2S}{z}$ (0,5 đ) $\Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} \Rightarrow \frac{2S}{2x} = \frac{2S}{3y} = \frac{2S}{4z}$ (0,5 đ)

$\Rightarrow 2x = 3y = 4z \Rightarrow \frac{x}{6} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3}$ vậy x, y, z tỉ lệ với 6 ; 4 ; 3 (0,5 đ)

Câu 4: GT; KL; Hình vẽ (0,5 đ)

a, Góc AIC = 120° (1 đ)

b, Lấy $H \in AC$: AH = AQ $\Rightarrow IQ = IH = IP$ (1 đ)

Câu 5: B ; LNB; $LN \Leftrightarrow 2(n-1)^2 + 3$ NN

Vì $(n-1)^2 \geq 0 \Rightarrow 2(n-1)^2 + 3 \geq 3$ đạt NN khi bằng 3 (0,5 đ)

Dấu bằng xảy ra khi $n-1=0 \Leftrightarrow n=1$

vậy B ; LN $\Leftrightarrow B = \frac{1}{3}$ và $n=1$ (0,5đ)

Đáp án đề số 12

Câu 1 : 3 điểm . Mỗi câu 1 điểm

a) $(x-1)^5 = (-3)^5 \Rightarrow x-1 = -3 \Leftrightarrow x = -3+1 \Leftrightarrow x = -2$

b) $(x+2)\left(\frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} - \frac{1}{14} - \frac{1}{15}\right) = 0$

$\frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} - \frac{1}{14} - \frac{1}{15} \neq 0 \Rightarrow x+2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$

c) $x - 2\sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow (\sqrt{x})^2 - 2\sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}(\sqrt{x} - 2) = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = 0 \Rightarrow x = 0$

hoặc $\sqrt{x} - 2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow x = 4$

Câu 2 : 3 điểm . Mỗi câu 1,5 điểm

a) $\frac{5}{x} + \frac{y}{4} = \frac{1}{8}, \frac{5}{x} + \frac{2y}{8} = \frac{1}{8}, \frac{5}{x} = \frac{1-2y}{8}$

$x(1-2y) = 40 \Rightarrow 1-2y$ là ước lẻ của 40 . Ước lẻ của 40 là : $\pm 1 ; \pm 5$.

Đáp số : $x = 40 ; y = 0$

$x = -40 ; y = 1$

$x = 8 ; y = -2$

$x = -8 ; y = 3$

b) Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để $A \in \mathbb{Z}$. $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} = 1 + \frac{4}{\sqrt{x}-3}$

A nguyên khi $\frac{4}{\sqrt{x}-3}$ nguyên $\Rightarrow \sqrt{x}-3 \in U_{(4)} = \{-4 ; -2 ; -1 ; 1 ; 2 ; 4\}$

Các giá trị của x là : 1 ; 4 ; 16 ; 25 ; 49 .

Câu 3 : 1 điểm

$2|5x-3| - 2x = 14 \Leftrightarrow |5x-3| = x+7$ (1)

ĐK: $x \geq -7$ (0,25 đ)

(1) $\Rightarrow \begin{cases} 5x-3 = x+7 \\ 5x-3 = -(x+7) \end{cases} \square$. (0,25 đ)

Vậy có hai giá trị x thỏa mãn điều kiện đầu bài. $x_1 = 5/2 ; x_2 = -2/3$ (0,25đ).

Câu 4. (1.5 điểm)

Các góc A, B, C tỉ lệ với 7, 5, 3

$\frac{A}{7} = \frac{B}{5} = \frac{C}{3} = \frac{A+B+C}{15} = \frac{180^\circ}{15} = 12$

$\Rightarrow A = 84^\circ \Rightarrow$ góc ngoài tại đỉnh A là 96°

$B = 60^\circ \Rightarrow$ góc ngoài tại đỉnh B là 120°

$C = 36^\circ \Rightarrow$ góc ngoài tại đỉnh C là 144°

\Rightarrow Các góc ngoài tương ứng tỉ lệ với 4 ; 5 ; 6

b)

1) $AE = AD \Rightarrow \Delta ADE$ cân

$$\Rightarrow \widehat{E} = \widehat{D} \quad \widehat{E}_1 = \widehat{EDA}$$

$$\widehat{E}_1 = \frac{180^\circ - \widehat{A}}{2} \quad (1) \quad \Delta ABC \text{ cân} \Rightarrow \widehat{B} = \widehat{C}$$

$$\widehat{AB_1C} = \frac{180^\circ - \widehat{A}}{2} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \widehat{E}_1 = \widehat{ABC}$$

$$\Rightarrow ED \parallel BC$$

a) Xét ΔEBC và ΔDCB có BC chung (3)

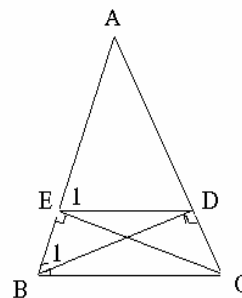
$$\widehat{EBC} = \widehat{DCB} \quad (4)$$

$$BE = CD \quad (5)$$

Từ (3), (4), (5) $\Rightarrow \Delta EBC = \Delta DCB$ (c.g.c)

$$\Rightarrow \widehat{BEC} = \widehat{CDB} = 90^\circ \Rightarrow CE \perp AB.$$

□□□□□□□□□□□□□□□□.



Đáp án đề số 13

Bài 1: 3 điểm

a, Tính:
$$A = \frac{\frac{31}{3} \left(\frac{183}{7} - \frac{176}{7} \right) - \frac{12}{11} \left(\frac{10}{3} - \frac{175}{100} \right)}{\left(\frac{5}{91} - \frac{1}{4} \right) \cdot \frac{60}{11-1}} = \frac{\frac{31}{3} \cdot 1 - \frac{12}{11} \cdot \frac{475}{300}}{\frac{-71}{364} \cdot \frac{60}{11} - 1}$$

$$= \frac{\frac{31}{3} - \frac{19}{11}}{\frac{1056}{1001} - \frac{1001}{1001}} = \frac{\frac{341-57}{33}}{\frac{55}{1001}} = \frac{284}{33} \cdot \frac{1001}{55} = \frac{284 \cdot 284}{1815}$$

b, 1,5 điểm Ta có:

$$+) 1 + 4 + 7 + \square\square + 100 = \underbrace{(1+100) + (4+97) + \square\square + (49+52)}_{34 \text{ cặp}} = 101 \cdot 34 = 1434$$

$$+) 1434 - 410 = 1024$$

$$+) (18 \cdot 123 + 9 \cdot 436 \cdot 2 + 3 \cdot 5310 \cdot 6) = 18 \cdot (123 + 436 + 5310) = 18 \cdot 5869 = 105642$$

$$\text{Vậy } A = 105642 : 1024 \approx 103,17$$

Bài 2: 2 Điểm

Giới số cần tìm là x, y, z . Số nhỏ là x , số lớn nhất là z . Ta có: $x \leq y \leq z$ (1)

Theo giả thiết: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 2$ (2). Do (1) nên $z = \frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}} \leq \frac{3}{x}$

Vậy: $x = 1$. Thay vào (2), được: $\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1 \leq \frac{2}{y}$

Vậy $y = 2$. Từ đó $z = 2$. Ba số cần tìm là 1; 2; 2.

Bài 3: 2 Điểm

Có 9 trang có 1 chữ số. Số trang có 2 chữ số là từ 10 đến 99 nên có tất cả 90 trang.

Trang có 3 chữ số của cuốn sách là từ 100 đến 234, có tất cả 135 trang. Suy ra số các chữ số trong tất cả các trang là:

$$9 + 2 \cdot 90 + 3 \cdot 135 = 9 + 180 + 405 = 594$$

Bài 4 : 3 Điểm

Trên tia EC lấy điểm D sao cho $ED = EA$.

Hai tam giác vuông $\triangle ABE = \triangle DBE$ ($EA = ED$, BE chung)

Suy ra $BD = BA$; $\widehat{BAD} = \widehat{BDA}$.

Theo giả thiết: $EC - EA = AB$

Vậy $EC - ED = AB$ Hay $CD = AB$ (2)

Từ (1) và (2) Suy ra: $DC = BD$.

Vẽ tia ID là phân giác của góc CBD ($I \in BC$).

Hai tam giác: $\triangle CID$ và $\triangle BID$ có :

ID là cạnh chung,

$CD = BD$ (Chứng minh trên).

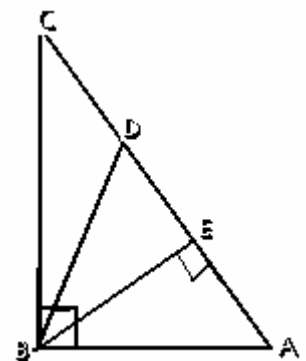
$\widehat{CID} = \widehat{IDB}$ (vì DI là phân giác của góc CDB)

Vậy $\triangle CID = \triangle BID$ (c . g . c) $\Rightarrow \widehat{C} = \widehat{IBD}$. Gọi \widehat{C} là $\alpha \Rightarrow$

$\widehat{BDA} = \widehat{C} + \widehat{IBD} = 2 \Rightarrow \widehat{C} = 2 \alpha$ (góc ngoài của $\triangle BCD$)

mà $\widehat{A} = \widehat{D}$ (Chứng minh trên) nên $\widehat{A} = 2 \alpha \Rightarrow 2\alpha + \alpha = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ$.

Do đó ; $\widehat{C} = 30^\circ$ và $\widehat{A} = 60^\circ$



Hướng dẫn giải đề số 14

Bài 1.a. Xét 2 trường hợp :

* $x \geq 5$ ta được : $A=7$.

* $x < 5$ ta được : $A = -2x-3$.

b. Xét $x < 5 \Rightarrow -2x > 10 \Rightarrow -2x-3 > 10-3$ hay $A > 7$. Vậy : $A_{\min} = 7$ khi $x \geq 5$.

Bài 2. a. Đặt : $A = \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{7^2} + \dots + \frac{1}{100^2}$

Ta có :

* $A < \frac{1}{4.5} + \frac{1}{5.6} + \frac{1}{6.7} + \dots + \frac{1}{99.100} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} = \frac{1}{4} - \frac{1}{100} < \frac{1}{4}$

* $A > \frac{1}{5.6} + \frac{1}{6.7} + \dots + \frac{1}{99.100} + \frac{1}{100.101} = \frac{1}{5} - \frac{1}{101} > \frac{1}{6}$.

b. Ta có : $\frac{2a+9}{a+3} + \frac{5a+17}{a+3} - \frac{3a}{a+3} = \frac{4a+26}{a+3} =$
 $= \frac{4a+12+14}{a+3} = \frac{4(a+3)+14}{a+3} = 4 + \frac{14}{a+3}$ là số nguyên

Khi đó $(a + 3)$ là ước của 14 mà $U(14) = \pm 1; \pm 2; \pm 7; \pm 14$.

Ta có : $a = -2; -4; -1; -5; 4; -10; 11; -17$.

Bài 3. Biến đổi :

$A = 12n + n(n-1) + 30$. Để $A : 6n \Rightarrow [n(n-1) + 30] : 6n$

* $n(n-1) : n \Rightarrow 30 : n \Rightarrow n \in U(30)$ hay $n \in \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$.

* $30 : 6 \Rightarrow n(n-1) : 6 \Rightarrow n(n-1) : 3$

+ $n : 3 \Rightarrow n = \{3, 6, 15, 30\}$.

+ $(n-1) : 3 \Rightarrow n = \{1, 10\}$.

$\Rightarrow n \in \{1, 3, 6, 10, 15, 30\}$.

- Thử từng trường hợp ta được : $n = 1, 3, 10, 30$ thỏa mãn bài toán.

Bài 4.

- Trên Oy lấy M' sao cho $OM' = m$. Ta có :

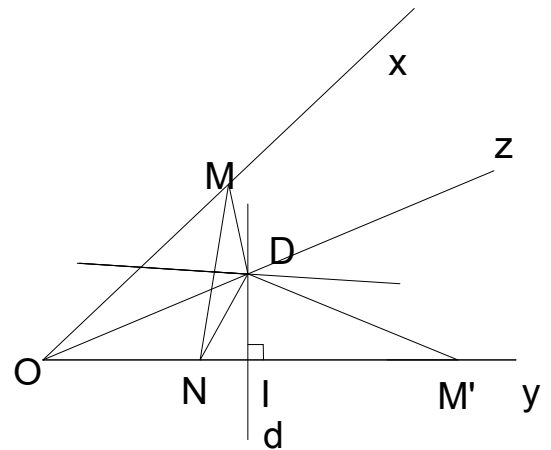
N nằm giữa O, M' và $M'N = OM$.

- Dụng d là trung trực của OM' và Oz là phân giác của góc xOy chúng cắt nhau tại D .

- $\triangle ODM = \triangle M'DN (c.g.c) \Rightarrow MD = ND$

$\Rightarrow D$ thuộc trung trực của MN .

- Rõ ràng : D cố định. Vậy đường trung trực của MN đi qua D cố định.



Bài 5. - Dạng tổng quát của đa thức bậc hai là : $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

- Ta có : $f(x-1) = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$.

- $f(x) - f(x-1) = 2ax - a + b = x \Rightarrow \begin{cases} 2a = 1 \\ b - a = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1/2 \\ b = 1/2 \end{cases}$

Vậy đa thức cần tìm là : $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + c$ (c là hằng số).

áp dụng :

+ Với $x = 1$ ta có : $1 = f(1) - f(0)$.

+ Với $x = 2$ ta có : $1 = f(2) - f(1)$.

$\square\square\square\square\square\square\square\square\square\square\square$.

+ Với $x = n$ ta có : $n = f(n) - f(n-1)$.

$\Rightarrow S = 1+2+3+\square+n = f(n) - f(0) = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2} + c - c = \frac{n(n+1)}{2}$.

Lưu ý: Học sinh giải cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa. Bài hình không vẽ hình không chấm điểm.

Đáp án đề số 15

Câu 1 (làm đúng được 2 điểm)

Ta có: $\frac{x|x-2|}{x^2+8x-20} = \frac{x|x-2|}{x^2-2x+10x-20} = \frac{x|x-2|}{(x-2)(x+10)}$ (0,25đ)

Điều kiện $(x-2)(x+10) \neq 0 \Rightarrow x \neq 2; x \neq -10$ (0,5đ)

Mặt khác $|x-2| = \begin{cases} x-2 & \text{nếu } x > 2 \\ -x+2 & \text{nếu } x < 2 \end{cases}$ (0,25đ)

* Nếu $x > 2$ thì $\frac{x|x-2|}{(x-2)(x+10)} = \frac{x(x-2)}{(x-2)(x+10)} = \frac{x}{x+10}$ (0,5đ)

* Nếu $x < 2$ thì .

$$\frac{x|x-2|}{(x-2)(x+10)} = \frac{-x(x-2)}{(x-2)(x+10)} = \frac{-x}{x+10} \quad (\text{điều kiện } x \neq -10) \quad (0,5đ)$$

Câu 2 (làm đúng được 2đ)

Gọi số học sinh đi trồng cây của 3 Lớp 7A, 7B, 7C theo thứ tự là x, y, z ($x > 0; y > 0; z > 0$)

Theo đề ra ta có

$$\begin{cases} x+y+z=94(1) \\ 3x=4y=5z(2) \end{cases} \quad (0,5đ)$$

$$\text{BCNN}(3,4,5) = 60$$

$$\text{Từ (2)} \Rightarrow \frac{3x}{60} = \frac{4y}{60} = \frac{5z}{60} \quad \text{hay} \quad \frac{x}{20} = \frac{y}{15} = \frac{z}{12} \quad (0,5đ)$$

áp dụng tính chất dãy tỷ số bằng nhau ta có :

$$\frac{x}{20} = \frac{y}{15} = \frac{z}{12} = \frac{x+y+z}{20+15+12} = \frac{94}{47} = 2 \quad (0,5đ) \Rightarrow x=40, y=30 \text{ và } z=24 \quad (0,5đ)$$

Số học sinh đi trồng cây của 3 lớp 7A, 7B, 7C lần lượt là 40, 30, 24.

Câu 3 (làm đúng cho 1,5đ)

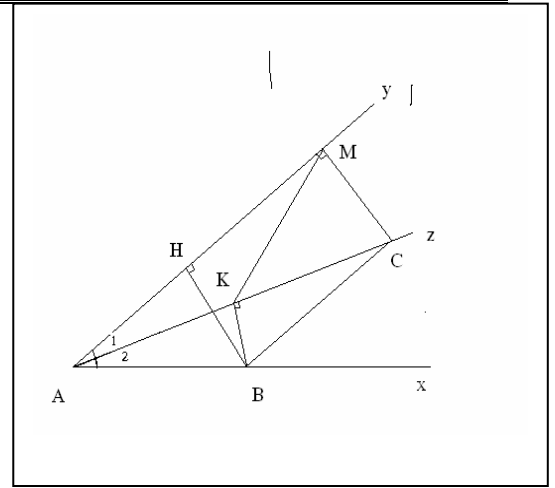
$$\text{Để } \frac{10^{2006} + 53}{9} \text{ là số tự nhiên} \Leftrightarrow 10^{2006} + 53 : 9 \quad (0,5đ)$$

Để $10^{2006} + 53 : 9 \Leftrightarrow 10^{2006} + 53$ có tổng các chữ số chia hết cho 9
mà $10^{2006} + 53 = 1+0+0+\dots+0+5+3 = 9 : 9$

$$\Rightarrow 10^{2006} + 53 : 9 \text{ hay } \frac{10^{2006} + 53}{9} \text{ là số tự nhiên} \quad (1đ)$$

Câu 4 (3đ)

- Vẽ được hình, ghi GT, KL được 0,25đ
a, ΔABC có $\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2$ (Az là tia phân giác của \widehat{A})
 $\widehat{A}_1 = \widehat{C}_1$ ($Ay \parallel BC$, so le trong)
 $\Rightarrow \widehat{A}_2 = \widehat{C}_1 \Rightarrow \Delta ABC$ cân tại B
mà $BK \perp AC \Rightarrow BK$ là đường cao của Δ cân ABC
 $\Rightarrow BK$ cũng là trung tuyến của Δ cân ABC (0,75đ)
hay K là trung điểm của AC
b, Xét của Δ cân ABH và Δ vuông BAK .
Có AB là cạnh huyền (cạnh chung)



$$\widehat{A}_2 = \widehat{B}_1 (= 30^\circ) \quad \forall i \begin{cases} \widehat{A}_2 = \widehat{A}/2 = 30^\circ \\ \widehat{B}_1 = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta \text{ vuông } ABH = \Delta \text{ vuông } BAK \Rightarrow BH = AK \text{ mà } AK = \frac{AC}{2} \Rightarrow BH = \frac{AC}{2} \quad (1đ)$$

c, ΔAMC vuông tại M có $AK = KC = AC/2$ (1) $\Rightarrow MK$ là trung tuyến thuộc cạnh huyền $\Rightarrow KM = AC/2$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow KM = KC \Rightarrow \Delta KMC$ cân.

$$\text{Mặt khác } \Delta AMC \text{ có } \widehat{M} = 90^\circ \quad \widehat{A} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{MKC} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$\Rightarrow \Delta AMC$ đều (1đ)

Câu 5. Làm đúng câu 5 được 1,5đ

Xây dựng sơ đồ cây và giải bài toán

Đáp án : Tây đạt giải nhất, Nam giải nhì, Đông giải 3, Bắc giải 4

Đáp án đề số 16

Câu 1: (2đ)

a) Xét khoảng $x \geq \frac{2}{3}$ được $x = 4,5$ phù hợp 0,25 đ

Xét khoảng $x < \frac{2}{3}$ được $x = -\frac{5}{4}$ phù hợp 0,25 đ

b) Xét khoảng $x \geq \frac{3}{2}$ Được $x > 4$ 0,2đ

Xét khoảng $x < \frac{3}{2}$ Được $x < -1$ 0,2đ

Vậy $x > 4$ hoặc $x < -1$ 0,1đ

c) Xét khoảng $x \geq \frac{1}{3}$ Ta có $3x - 1 \leq 7 \Rightarrow x \leq \frac{8}{3}$ Ta được $\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{8}{3}$

Xét khoảng $x < \frac{1}{3}$ Ta có $-3x + 1 \leq 7 \Rightarrow x \geq -2$

Ta được $-2 \leq x \leq \frac{1}{3}$

Vậy giá trị của x thỏa mãn đề bài là $-2 \leq x \leq \frac{8}{3}$

Câu 2:

a) $S = 1 + 25 + 25^2 + \dots + 25^{100}$ 0,3đ

$\Rightarrow 25S = 25 + 25^2 + \dots + 25^{101}$ 0,3đ

$\Rightarrow 24S = 25S - S = 25^{101} - 1$

Vậy $S = \frac{25^{101} - 1}{24}$ 0,1đ

b) $4^{30} = 2^{30} \cdot 2^{30} = (2^3)^{10} \cdot (2^2)^{15} > 8^{10} \cdot 3^{15} > (8^{10} \cdot 3^{10}) \cdot 3 = 24^{10} \cdot 3$ 0,8đ

Vậy $2^{30} + 3^{30} + 4^{30} > 3 \cdot 2^{24}$ 0,2đ

Câu 3:

a) Hình a.

AB//EF vì có hai góc trong cùng phía bù nhau

EF//CD vì có hai góc trong cùng phía bù nhau

Vậy AB//CD

b) Hình b.

AB//EF Vì có cặp góc so le trong bằng nhau 0,4đ

CD//EF vì có cặp góc trong cùng phía bù nhau 0,4đ

Vậy AB//CD 0,2đ

Câu 4: (3đ)

a) MN//BC \Rightarrow MD//BD \Rightarrow D trung điểm AP 0,3 đ

BP vừa là phân giác vừa là trung tuyến nên cũng là đường cao $BD \perp AP$ 0,2đ

Tương tự ta chứng minh được $BE \perp AQ$ 0,5 đ

b) AD = DP

$\triangle DBP = \triangle BDE$ (g.c.g) $\Rightarrow DP = BE \Rightarrow BE = AD$

0,5 đ

$\Rightarrow \triangle MBE = \triangle MAD$ (c.g.c) $\Rightarrow ME = MD$ 0,3đ

$BP = 2MD = 2ME = BQ$

Vậy B là trung điểm của PQ 0,2đ

c) $\triangle BDE$ vuông ở B, BM là trung tuyến nên $BM = ME$ 0,4đ

$\triangle ADB$ vuông ở D có DM là trung tuyến nên $DM = MA$ 0,4đ

$DE = DM + ME = MA + MB$ 0,2đ

Câu 5: 1đ

$A = 1 + \frac{10}{4-x}$ A lớn nhất $\rightarrow \frac{10}{4-x}$ lớn nhất 0,3đ

Xét $x > 4$ thì $\frac{10}{4-x} < 0$

Xét $4 < x$ thì $\frac{10}{4-x} > 0 \rightarrow a$ lớn nhất $\rightarrow 4 - x$ nhỏ nhất $\Rightarrow x = 3$ 0,6đ

Đáp án đề số 17

Câu 1: (mỗi ý 0,5 điểm).

a/. $|4x+3| - x = 15$.

$$\Leftrightarrow |4x+3| = x + 15$$

* Trường hợp 1: $x \geq -\frac{3}{4}$, ta có:

$$4x + 3 = x + 15$$

$$\Rightarrow x = 4 \text{ (TMĐK)}.$$

* Trường hợp 2: $x < -\frac{3}{4}$, ta có:

$$4x + 3 = - (x + 15)$$

$$\Rightarrow x = -\frac{18}{5} \text{ (TMĐK)}.$$

Vậy: $x = 4$ hoặc $x = -\frac{18}{5}$.

b/. $|3x-2| - x > 1$.

$$\Leftrightarrow |3x-2| > x + 1$$

* Trường hợp 1: $x \geq \frac{2}{3}$, ta có:

$$3x - 2 > x + 1$$

$$\Rightarrow x > \frac{3}{2} \text{ (TMĐK)}.$$

* Trường hợp 2: $x < \frac{2}{3}$, ta có:

$$3x - 2 < - (x + 1)$$

$$\Rightarrow x < \frac{1}{4} \text{ (TMĐK)}$$

Vậy: $x > \frac{3}{2}$ hoặc $x < \frac{1}{4}$.

c/. $|2x+3| \leq 5 \Leftrightarrow -5 \leq 2x+3 \leq 5 \Leftrightarrow -4 \leq x \leq 1$

Câu 2:

a/. Ta có: $A = (-7) + (-7)^2 + \square + (-7)^{2006} + (-7)^{2007} \tag{1}$

$$(-7)A = (-7)^2 + (-7)^3 + \square + (-7)^{2007} + (-7)^{2008} \tag{2}$$

$$\Rightarrow 8A = (-7) - (-7)^{2008}$$

$$\text{Suy ra: } A = \frac{1}{8} \cdot [(-7) - (-7)^{2008}] = -\frac{1}{8} (7^{2008} + 7)$$

* Chứng minh: $A : 43$.

Ta có: $A = (-7) + (-7)^2 + \square + (-7)^{2006} + (-7)^{2007}$, có 2007 số hạng. Nhóm 3 số liên tiếp thành một nhóm (được 669 nhóm), ta được:

$$A = [(-7) + (-7)^2 + (-7)^3] + \square + [(-7)^{2005} + (-7)^{2006} + (-7)^{2007}]$$

$$= (-7)[1 + (-7) + (-7)^2] + \square + (-7)^{2005} \cdot [1 + (-7) + (-7)^2]$$

$$= (-7) \cdot 43 + \square + (-7)^{2005} \cdot 43$$

$$= 43 \cdot [(-7) + \square + (-7)^{2005}] : 43$$

Vậy : $A : 43$

b/. * Điều kiện đủ:

Nếu $m : 3$ và $n : 3$ thì $m^2 : 3$, $mn : 3$ và $n^2 : 3$, do đó: $m^2 + mn + n^2 : 9$.

* Điều kiện cần:

Ta có: $m^2 + mn + n^2 = (m - n)^2 + 3mn$. (*)

Nếu $m^2 + mn + n^2 : 9$ thì $m^2 + mn + n^2 : 3$, khi đó từ (*), suy ra: $(m - n)^2 : 3$, do đó $(m - n) : 3$ vì thế $(m - n)^2 : 9$ và $3mn : 9$ nên $mn : 3$, do đó một trong hai số m hoặc n chia hết cho 3 mà $(m - n) : 3$ nên cả 2 số m, n đều chia hết cho 3.

Câu 3:

Gọi độ dài các cạnh tam giác là a, b, c ; các đường cao tương ứng với các cạnh đó là h_a, h_b, h_c .

Ta có: $(h_a + h_b) : (h_b + h_c) : (h_a + h_c) = 3 : 4 : 5$

Hay: $\frac{1}{3}(h_a + h_b) = \frac{1}{4}(h_b + h_c) = \frac{1}{5}(h_a + h_c) = k$, (với $k \neq 0$).

Suy ra: $(h_a + h_b) = 3k$; $(h_b + h_c) = 4k$; $(h_a + h_c) = 5k$.

Cộng các biểu thức trên, ta có: $h_a + h_b + h_c = 6k$.

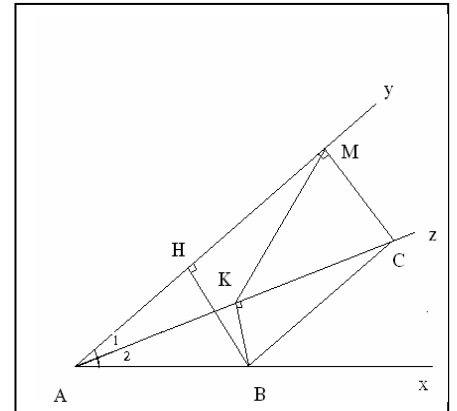
Từ đó ta có: $h_a = 2k$; $h_b = k$; $h_c = 3k$.

Mặt khác, gọi S là diện tích $\triangle ABC$, ta có:

$$a \cdot h_a = b \cdot h_b = c \cdot h_c$$

$$\Rightarrow a \cdot 2k = b \cdot k = c \cdot 3k$$

$$\Rightarrow \frac{a}{3} = \frac{b}{6} = \frac{c}{2}$$



Câu 4:

Giả sử DC không lớn hơn DB hay $DC \leq DB$.

* Nếu $DC = DB$ thì $\triangle BDC$ cân tại D nên $\widehat{DBC} = \widehat{BCD}$. Suy ra: $\widehat{ABD} = \widehat{ACD}$. Khi đó ta có: $\triangle ADB = \triangle ADC$ (c_g_c). Do đó: $\widehat{ADB} = \widehat{ADC}$ (trái với giả thiết)

* Nếu $DC < DB$ thì trong $\triangle BDC$, ta có $\widehat{DBC} < \widehat{BCD}$ mà $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ suy ra: $\widehat{ABD} > \widehat{ACD}$ (1).

Xét $\triangle ADB$ và $\triangle ACD$ có: $AB = AC$; AD chung; $DC < DB$.

Suy ra: $\widehat{DAC} < \widehat{DAB}$ (2).

Từ (1) và (2) trong $\triangle ADB$ và $\triangle ACD$ ta lại có $\widehat{ADB} < \widehat{ADC}$, điều này trái với giả thiết.

Vậy: $DC > DB$.

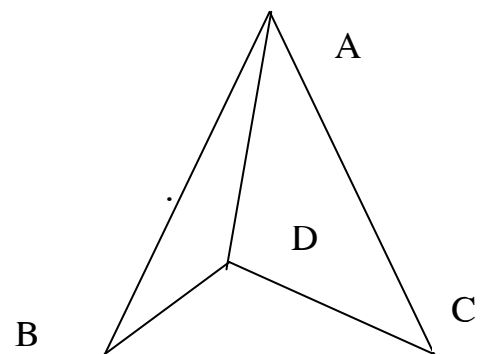
Câu 5: (1 điểm)

áp dụng bất đẳng thức: $|x - y| \geq |x| - |y|$, ta có:

$$A = |x - 1004| - |x + 1003| \leq |(x - 1004) - (x + 1003)| = 2007$$

Vậy GTLN của A là: 2007.

Dấu “ = ” xảy ra khi: $x \leq -1003$.



Hướng dẫn chấm đề 18

Câu 1-a (1 điểm) Xét 2 trường hợp $3x-2 \geq 0$. $3x-2 < 0$

\Rightarrow kết luận : Không có giá trị nào của x thoả mãn.

b-(1 điểm) Xét 2 trường hợp $2x+5 \geq 0$ và $2x+5 < 0$

Giải các bất phương trình \Rightarrow kết luận.

Câu 2-a(2 điểm) Gọi số cần tìm là \overline{abc}

$$\overline{abc} : 18 \Rightarrow \overline{abc} : 9. \text{ Vậy } (a+b+c) : 9 \quad (1)$$

$$\text{Ta có : } 1 \leq a+b+c \leq 27 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } a+b+c = 9 \text{ hoặc } 18 \text{ hoặc } 27 \quad (3)$$

$$\text{Theo bài ra } \frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} = \frac{a+b+c}{6} \quad (4)$$

Từ (3) và (4) $\Rightarrow a+b+c=18$.

và từ (4) $\Rightarrow a, b, c$ mà $\overline{abc} : 2 \Rightarrow$ số cần tìm : 396, 936.

b-(1 điểm)

$$A = (7 + 7^2 + 7^3 + 7^4) + (7^5 + 7^6 + 7^7 + 7^8) + \dots + (7^{4n-3} + 7^{4n-2} + 7^{4n-1} + 7^{4n}).$$

$$= (7 + 7^2 + 7^3 + 7^4) \cdot (1 + 7^4 + 7^8 + \dots + 7^{4n-4}).$$

Trong đó : $7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 = 7.400$ chia hết cho 400 . Nên $A : 400$

Câu 3-a (1 điểm) Từ C kẻ $C_z // B_y$ có :

$$\widehat{C_2} + \widehat{CBy} = 2v \text{ (góc trong cùng phía)} \quad (1)$$

$$\Rightarrow \widehat{C_1} + \widehat{CAx} = 2v \text{ Vì theo giả thiết } \widehat{C_1} + \widehat{C_2} + \alpha + \gamma = 4v = 360^\circ.$$

$$\text{Vậy } C_z // A_x. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow A_x // B_y$.

Câu 4-(3 điểm) ΔABC cân, $\widehat{ACB} = 100^\circ \Rightarrow \widehat{CAB} = \widehat{CBA} = 40^\circ$.

Trên AB lấy AE = AD. Cần chứng minh AE + DC = AB (hoặc EB = DC)

$$\Delta AED \text{ cân, } \widehat{DAE} = 40^\circ : 2 = 20^\circ.$$

$$\Rightarrow \widehat{ADE} = \widehat{AED} = 80^\circ = 40^\circ + \widehat{EDB} \text{ (góc ngoài của } \Delta EDB)$$

$$\Rightarrow \widehat{EDB} = 40^\circ \Rightarrow EB = ED \quad (1)$$

Trên AB lấy C' sao cho AC' = AC.

$$\Delta CAD = \Delta C'AD \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow \widehat{AC'D} = 100^\circ \text{ và } \widehat{DC'E} = 80^\circ.$$

Vậy $\Delta DC'E$ cân $\Rightarrow DC' = ED$ (2)

Từ (1) và (2) có $EB = DC'$.

Mà $DC' = DC$. Vậy $AD + DC = AB$.

Câu 5 (1 điểm).

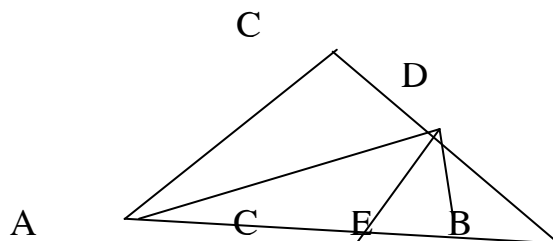
$$S = (-3)^0 + (-3)^1 + (-3)^2 + (-3)^3 + \dots + (-3)^{2004}.$$

$$-3S = (-3) \cdot [(-3)^0 + (-3)^1 + (-3)^2 + \dots + (-3)^{2004}]$$

$$= (-3)^1 + (-3)^2 + \dots + (-3)^{2005}$$

$$-3S - S = [(-3)^1 + (-3)^2 + \dots + (-3)^{2005}] - (-3)^0 - (-3)^1 - \dots - (-3)^{2005}.$$

$$-4S = (-3)^{2005} - 1. \quad S = \frac{(-3)^{2005} - 1}{-4} = \frac{3^{2005} + 1}{4}$$



Đáp án đề 19

Bài 1: Ta có : $-\frac{1}{90} - \frac{1}{72} - \frac{1}{56} - \frac{1}{42} - \frac{1}{30} - \frac{1}{20} - \frac{1}{12} - \frac{1}{6} - \frac{1}{2}$
 $= -\left(\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \frac{1}{5.6} + \frac{1}{6.7} + \frac{1}{7.8} + \frac{1}{8.9} + \frac{1}{9.10}\right)$ 1đ
 $= -\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{8} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10}\right)$ 1đ
 $= -\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{10}\right) = \frac{-9}{10}$ 0,5đ

Bài 2: $A = |x-2| + |5-x|$

Với $x < 2$ thì $A = -x + 2 + 5 - x = -2x + 7 > 3$ 0,5đ

Với $2 \leq x \leq 5$ thì $A = x - 2 - x + 5 = 3$ 0,5đ

Với $x > 5$ thì $A = x - 2 + x - 5 = 2x - 7 > 3$ 0,5đ

So sánh các giá trị của A trong các khoảng ta thấy giá trị nhỏ nhất của $A = 3$
 $\Leftrightarrow 2 \leq x \leq 5$ 1đ

Bài 3: a. Trên tia đối của tia OC lấy điểm N sao cho $ON = OC$. Gọi M là trung điểm của BC. nên OM là đường trung bình của tam giác BNC.

Do đó $OM \parallel BN$, $OM = \frac{1}{2} BN$

Do OM vuông góc BC \Rightarrow NB vuông góc BC
 Mà AH vuông góc với BC vì thế $NB \parallel AH$ (1đ)
 Tương tự $AN \parallel BH$

Do đó $NB = AH$. Suy ra $AH = 2OM$ (1đ)

b. Gọi I, K theo thứ tự là trung điểm của AG và HG thì IK là đường trung bình của tam giác AGH nên $IK \parallel AH$

$IK = \frac{1}{2} AH \Rightarrow IK \parallel OM$ và $IK = OM$;

$\angle KIG = \angle OMG$ (so le trong)

$\triangle IGK = \triangle MGO$ nên $GK = OG$ và $\angle IGK = \angle MGO$

Ba điểm H, G, O thẳng hàng 1đ

Do $GK = OG$ mà $GK = \frac{1}{2} HG$ nên $HG = 2GO$

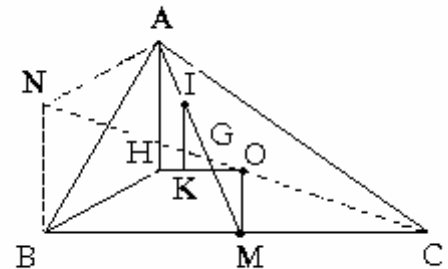
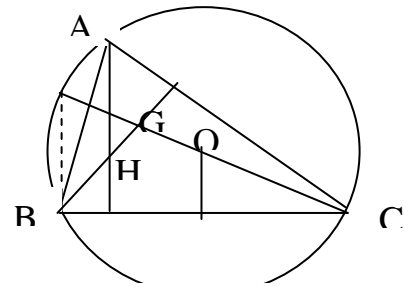
Đường thẳng qua 3 điểm H, G, O được gọi là đường thẳng σ le. 1đ

Bài 4: Tổng các hệ số của một đa thức P(x) bất kỳ bằng giá trị của đa thức đó tại $x=1$.

Vậy tổng các hệ số của đa thức: 0,5đ

$P(x) = (3-4x+x^2)^{2006} \cdot (3+4x+x^2)^{2007}$

Bằng $P(1) = (3-4+1)^{2006} (3+4+1)^{2007} = 0$ 0,5đ



Đáp án đề 20

Câu 1: Ta có:

$$220 \equiv 0 \pmod{2} \text{ nên } 220^{11969} \equiv 0 \pmod{2}$$

$$119 \equiv 1 \pmod{2} \text{ nên } 119^{69220} \equiv 1 \pmod{2}$$

$$69 \equiv -1 \pmod{2} \text{ nên } 69^{220119} \equiv -1 \pmod{2}$$

$$\text{Vậy } A \equiv 0 \pmod{2} \text{ hay } A : 2 \quad (1đ)$$

$$\text{Tương tự: } A : 3 \quad (1đ)$$

$$A : 17 \quad (1đ)$$

Vì 2, 3, 17 là các số nguyên tố

$$\Rightarrow A : 2.3.17 = 102$$

Câu 2: Tìm x

$$\text{a) (1,5đ) Với } x < -2 \Rightarrow x = -5/2 \quad (0,5đ)$$

$$\text{Với } -2 \leq x \leq 0 \Rightarrow \text{không có giá trị } x \text{ nào thoả mãn} \quad (0,5đ)$$

$$\text{Với } x > 0 \Rightarrow x = \sqrt{3} \quad (0,5đ)$$

$$\text{b) (1,5đ) Với } x < -2 \Rightarrow \text{Không có giá trị } x \text{ nào thoả mãn} \quad (0,5đ)$$

$$\text{Với } -2 \leq x \leq 5/3 \Rightarrow \text{Không có giá trị } x \text{ nào thoả mãn} \quad (0,5đ)$$

$$\text{Với } x > 5/3 \Rightarrow x = 3,5 \quad (0,5đ)$$

Bài 3:

a) Dễ dàng chứng minh được $IH = OM$

$IH \parallel OM$ do $\triangle OMN = \triangle HIK$ (g.c.g)

Do đó: $\triangle IHQ = \triangle M OQ$ (g.c.g)

$$\Rightarrow QH = QO$$

$$QI = QM$$

b) $\triangle DIM$ vuông có DQ là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền nên

$$QD = QI = QM$$

Nhưng QI là đường trung bình của $\triangle OHA$ nên

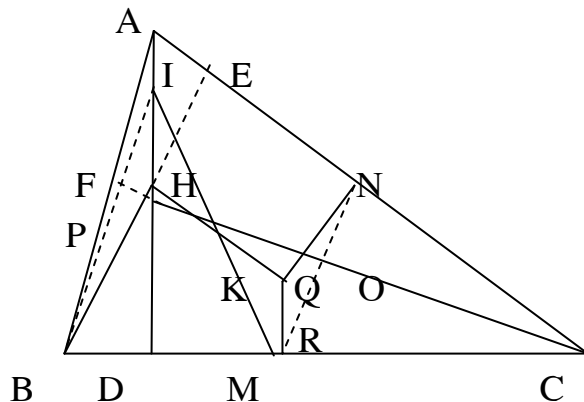
c) Tương tự: $QK = QN = QE = OB/2$

$$QR = QP = QF = OC/2$$

Bài 4(1đ): Vì $3|x-5| \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$

$$\text{Do đó } A = 10 - 3|x-5| \leq 10$$

Vậy A có giá trị lớn nhất là $10 \Leftrightarrow |x-5| = 0 \Leftrightarrow x = 5$



Đáp án đề 21

Bài 1.

Điều kiện $x \geq 0$ (0,25đ)

a) $A = -\frac{9}{7}$ (0,5đ)

b) $\sqrt{x} + 3 > 0 \Rightarrow A = -1 \Leftrightarrow \sqrt{x} - 5 = -\sqrt{x} - 3 \Rightarrow x = 1$ (0,5đ)

c) Ta có: $A = 1 - \frac{8}{\sqrt{x} + 3}$. (0,25đ)

Để $A \in \mathbb{Z}$ thì $\sqrt{x} + 3$ là ước của 8

$\Rightarrow x = \{1; 25\}$ khi đó $A = \{-1; 0\}$ (0,5đ)

Bài 2.

a) Ta có: $\sqrt{7-x} = x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 7-x = (x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x = 3; x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3$ (1đ)

b) Ta có: $2M = 2 - 2^2 + 2^3 - 2^4 + \dots - 2^{2006} + 2^{2007}$ (0,25đ)

$\Rightarrow 3M = 1 + 2^{2007}$ (0,25đ) $\Rightarrow M = \frac{2^{2007} + 1}{3}$ (0,5đ)

c) Ta có: $A = x^4 + 2x^2 + 1 \geq 1$ với mọi $x \Rightarrow \text{ĐPCM}$. (1đ)

Bài 3. Ta có: $\frac{\hat{A}}{1} = \frac{\hat{B}}{2} = \frac{\hat{C}}{3} = \frac{180^\circ}{6} = 30^\circ \Rightarrow \hat{A} = 30^\circ; \hat{B} = 60^\circ; \hat{C} = 90^\circ$ (0,5đ)

Vậy tam giác ABC là tam giác vuông tại C (0,5đ)

Bài 4. GT, KL (0,5đ)

a) Góc AIC = 120° (1đ)

b) Lấy $H \in AC$ sao cho $AH = AN$ (0,5đ)

Từ đó chứng minh $IH = IN = IM$ (1đ)

Bài 5.

$A = 1 + \frac{2000}{6-x}$ (0,5đ) $A_{\text{Max}} \Leftrightarrow 6 - x > 0$ và nhỏ nhất

$\Rightarrow 6 - x = 1 \Rightarrow x = 5$. Vậy $x = 5$ thỏa mãn điều kiện bài toán khi đó $A_{\text{Max}} = 2001$ (0,5đ)

Đáp án đề 22

Câu 1: (2,5đ)

a. a1. $\left(\frac{1}{2}\right)^{15} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{20} = \left(\frac{1}{2}\right)^{15} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{40} = \left(\frac{1}{2}\right)^{55}$ (0,5đ)

a2. $\left(\frac{1}{9}\right)^{25} : \left(\frac{1}{3}\right)^{30} = \left(\frac{1}{3}\right)^{50} : \left(\frac{1}{3}\right)^{30} = \left(\frac{1}{3}\right)^{20}$ (0,5đ)

b. $A = \frac{4^5 \cdot 9^4 - 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20} = \frac{2^{10} \cdot 3^8 \cdot (1-3)}{2^{10} \cdot 3^8 (1+5)} = \frac{1}{3}$ (0,5đ)

c. c1. $\frac{7}{33} = 0,21$ c2. $\frac{7}{22} = 0,318$ (0,5đ)

c3. $0,(21) = \frac{21}{99} = \frac{7}{33}$;

c4. $5,1(6) = 5\frac{1}{6}$ (0.5đ)

Câu 2: (2đ)

Gọi khối lượng của 3 khối 7, 8, 9 lần lượt là a, b, c (m³)

$\Rightarrow a + b + c = 912 \text{ m}^3$. (0.5đ)

\Rightarrow Số học sinh của 3 khối là : $\frac{a}{1,2}$; $\frac{b}{1,4}$; $\frac{c}{1,6}$

Theo đề ra ta có: $\frac{b}{3.4,1} = \frac{a}{1,2}$ và $\frac{b}{4.1,4} = \frac{c}{5.1,6}$ (0.5đ)

$\Rightarrow \frac{a}{4.1,2} = \frac{b}{12.1,4} = \frac{c}{15.1,6} = 20$ (0.5đ)

Vậy $a = 96 \text{ m}^3$; $b = 336 \text{ m}^3$; $c = 480 \text{ m}^3$.

Nên số HS các khối 7, 8, 9 lần lượt là: 80 hs, 240 hs, 300 hs. (0.5đ)

Câu 3: (1.5đ):

a.Tìm max A.

Ta có: $(x + 2)^2 \geq 0 \Rightarrow (x = 2)^2 + 4 \geq 4 \Rightarrow A_{\max} = \frac{3}{4}$ khi $x = -2$ (0.75đ)

b.Tìm min B.

Do $(x - 1)^2 \geq 0$; $(y + 3)^2 \geq 0 \Rightarrow B \geq 1$

Vậy $B_{\min} = 1$ khi $x = 1$ và $y = -3$ (0.75đ)

Câu 4: (2.5đ) Kẻ CH cắt MB tại E. Ta có ΔEAB cân

tại E $\Rightarrow \angle EAB = 30^\circ$

$\Rightarrow \angle EAM = 20^\circ \Rightarrow \angle CEA = \angle MAE = 20^\circ$

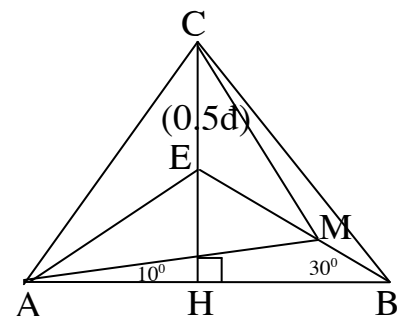
Do $\angle ACB = 80^\circ \Rightarrow \angle ACE = 40^\circ \Rightarrow \angle AEC = 120^\circ$ (1) (0.5đ)

Mặt khác: $\angle EBC = 20^\circ$ và $\angle EBC = 40^\circ \Rightarrow \angle CEB = 120^\circ$ (2) (0.5đ)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \angle AEM = 120^\circ$

Do $\Delta EAC = \Delta EAM$ (g.c.g) $\Rightarrow AC = AM \Rightarrow \Delta MAC$ cân tại A (0.5đ)

Và $\angle CAM = 40^\circ \Rightarrow \angle AMC = 70^\circ$. (0.5đ)



Câu 5: (1.5đ)

Giả sử a^2 và $a + b$ không nguyên tố cùng nhau $\Rightarrow a^2$ và $a + b$

Cùng chia hết cho số nguyên tố d: $\Rightarrow a^2$ chia hết cho d $\Rightarrow a$ chia hết

cho d và $a + b$ chia hết cho d $\Rightarrow b$ chia hết cho d (0.5đ)

$\Rightarrow (a,b) = d \Rightarrow$ trái với giả thiết.

Vậy $(a^2, a + b) = 1$. (0.5đ)

Câu I :

1) Xác định a, b, c

$$\frac{a-1}{2} = \frac{b+3}{4} = \frac{c-5}{6} = \frac{5(a-1)}{10} = \frac{-3(b+3)}{-12} = \frac{-4(c-5)}{-24} = \frac{5a-3b-4c-5-9+20}{10-12-24} = -2$$

$$\Rightarrow a = -3; b = -11; c = -7.$$

Cách 2 : $\frac{a-1}{2} = \frac{b+3}{4} = \frac{c-5}{6} = t$; sau đó rút a, b, c thay vào tìm $t = -2$ tìm a, b, c .

2) Chứng minh

Đặt $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \Rightarrow a = kb; c = kd$ Thay vào các biểu thức :

$$\frac{2a^2 - 3ab + 5b^2}{2b^2 + 3ab} - \frac{2c^2 - 3cd + 5d^2}{2d^2 + 3cd} = \frac{k^2 - 3k + 5}{2 + 3k} - \frac{k^2 - 3k + 5}{2 + 3k} = 0 \Rightarrow \text{đpcm.}$$

Câu II: Tính:

$$1) \text{ Ta có : } 2A = 2\left(\frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{97.99}\right) = \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{97} - \frac{1}{99} = \frac{1}{3} - \frac{1}{99} = \frac{32}{99} \Rightarrow A = \frac{16}{99}$$

$$2) B = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{50}} - \frac{1}{3^{51}} = \frac{1}{(-3)} + \frac{1}{(-3^2)} + \frac{1}{(-3^3)} + \dots + \frac{1}{(-3^{50})} + \frac{1}{(-3^{51})}$$

$$\frac{1}{(-3^2)} + \frac{1}{(-3^3)} + \frac{1}{(-3^4)} + \dots + \frac{1}{(-3^{51})} + \frac{1}{(-3^{52})} \Rightarrow \frac{1}{-3} B = \frac{1}{-3} - \frac{1}{(-3^{52})} = \frac{-3^{51} - 1}{3^{52}} \Rightarrow B = \frac{(-3^{51} - 1)}{4.3^{51}}$$

Câu III

$$\text{Ta có : } 0.2(3) = 0.2 + 0.0(3) = \frac{2}{10} + \frac{1}{10} \cdot 0.(1).3 = \frac{2}{10} + \frac{3}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{7}{30}$$

$$0,120(32) = 0,12 + 0,000(32) = 0,12 + \frac{1}{1000} \cdot 0.(32) = 0,12 + \frac{1}{1000} \cdot 0.(01).32 = \frac{12}{100} + \frac{32}{1000} \cdot \frac{1}{99}$$

$$= \frac{1489}{12375}$$

Câu IV :

Gọi đa thức bậc hai là : $P(x) = ax(x-1)(x-2) + bx(x-1) + c(x-3) + d$

$$P(0) = 10 \Rightarrow -3c + d = 10 \quad (1)$$

$$P(1) = 12 \Rightarrow -2c + d = 12 \Rightarrow d = 12 + 2c \text{ thay vào (1) ta có } -3c + 12 + 2c = 10 \Rightarrow c = 2, d = 16$$

$$P(2) = 4 \Rightarrow 2b - 2 + 16 = 4 \Rightarrow b = -5$$

$$P(3) = 1 \Rightarrow 6a - 30 + 16 = 1 \Rightarrow a = \frac{5}{2}$$

Vậy đa thức cần tìm là : $P(x) = \frac{5}{2}x(x-1)(x-2) - 5x(x-1) + 2(x-3) + 16$

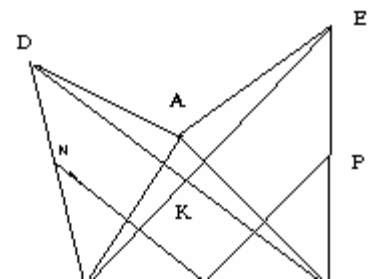
$$\Rightarrow P(x) = \frac{5}{2}x^3 - \frac{25}{2}x^2 + 12x + 10$$

Câu V:

a) Dễ thấy $\triangle ADC = \triangle ABE$ (c-g-c) $\Rightarrow DC = BE$.

Vì $AE \perp AC; AD \perp AB$

mặt khác góc $ADC =$ góc ABE



$\Rightarrow DC \perp$ Với BE.

b) Ta có $MN \parallel DC$ và $MP \parallel BE \Rightarrow MN \perp MP$

$$MN = \frac{1}{2} DC = \frac{1}{2} BE = MP;$$

Vậy ΔMNP vuông cân tại M.

Đáp án đề 24

Bài 1:

$$a) \quad A = \frac{\frac{3}{8} - \frac{3}{10} + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-\frac{5}{8} + \frac{5}{10} - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} + \frac{\frac{3}{2} + \frac{3}{3} - \frac{3}{4}}{\frac{5}{2} + \frac{5}{3} - \frac{5}{4}} \quad (0,25đ)$$

$$A = \frac{3\left(\frac{1}{8} - \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12}\right)}{-5\left(\frac{1}{8} - \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12}\right)} + \frac{3\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)}{5\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)} \quad (0,25đ)$$

$$A = \frac{-3}{5} + \frac{3}{5} = 0 \quad (0,25đ)$$

$$b) \quad 4B = 2^2 + 2^4 + \dots + 2^{102} \quad (0,25đ) \quad 3B = 2^{102} - 1; \quad B = \frac{2^{102} - 1}{3} \quad (0,25đ)$$

Bài 2:

$$a) \quad \text{Ta có } 4^{30} = 2^{30} \cdot 4^{15} \quad (0,25đ)$$

$$3 \cdot 24^{10} = 2^{30} \cdot 3^{11} \quad (0,25đ)$$

$$\text{mà } 4^{15} > 3^{11} \Rightarrow 4^{30} > 3^{11} \Rightarrow 2^{30} + 3^{30} + 4^{30} > 3 \cdot 24^{10} \quad (0,25đ)$$

$$b) \quad 4 = \sqrt{36} > \sqrt{29}$$

$$\sqrt{33} > \sqrt{14} \quad (0,25đ)$$

$$\Rightarrow \sqrt{36} + \sqrt{33} > \sqrt{29} + \sqrt{14} \quad (0,25đ)$$

Bài 3:

Gọi x_1, x_2, x_3 lần lượt là số ngày làm việc của 3 máy

$$\Rightarrow \frac{x_1}{3} = \frac{x_2}{4} = \frac{x_3}{5} \quad (1) \quad (0,25đ)$$

Gọi y_1, y_2, y_3 lần lượt là số giờ làm việc của các máy

$$\Rightarrow \frac{y_1}{6} = \frac{y_2}{7} = \frac{y_3}{8} \quad (2) \quad (0,25đ)$$

Gọi z_1, z_2, z_3 lần lượt là công suất của 3 máy

$$\Rightarrow 5z_1 = 4z_2 = 3z_3 \Leftrightarrow \frac{z_1}{\frac{1}{5}} = \frac{z_2}{\frac{1}{4}} = \frac{z_3}{\frac{1}{3}} \quad (3) \quad (0,25đ)$$

$$\text{Mà } x_1 y_1 z_1 + x_2 y_2 z_2 + x_3 y_3 z_3 = 359 \quad (3) \quad (0,25đ)$$

$$\text{Từ (1) (2) (3)} \Rightarrow \frac{x_1 y_1 z_1}{18} = \frac{x_2 y_2 z_2}{7} = \frac{x_3 y_3 z_3}{40} = \frac{395}{\frac{395}{5}} = 15 \quad (0,5đ)$$

$$\Rightarrow x_1 y_1 z_1 = 54; \quad x_2 y_2 z_2 = 105; \quad x_3 y_3 z_3 = 200 \quad (0,25đ)$$

Vậy số thóc mỗi đội lần lượt là 54, 105, 200 (0,25đ)

Bài 4:

a) $\square EAB = \square CAD$ (c.g.c) (0,5đ)

$$\Rightarrow \widehat{ABM} = \widehat{ADM} \quad (1) \quad (0,25đ)$$

Ta có $\widehat{BMC} = \widehat{MBD} + \widehat{BDM}$ (góc ngoài tam giác) (0,25đ)

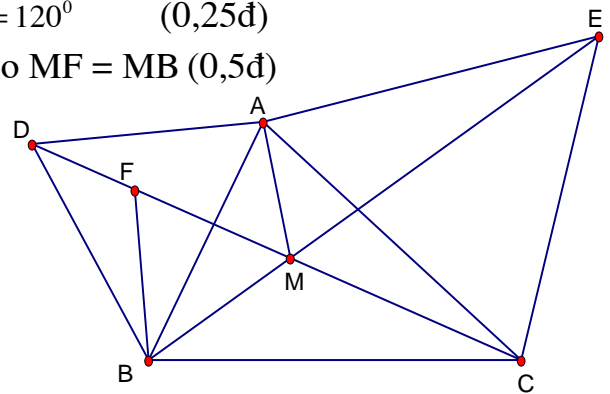
$$\Rightarrow \widehat{BMC} = \widehat{MBA} + 60^\circ + \widehat{BDM} = \widehat{ADM} + \widehat{BDM} + 60^\circ = 120^\circ \quad (0,25đ)$$

b) Trên DM lấy F sao cho MF = MB (0,5đ)

$$\Rightarrow \square FBM \text{ đều} \quad (0,25đ)$$

$$\Rightarrow \square DFB \square \square \square \square AMB \text{ (c.g.c)} \quad (0,25đ)$$

$$\Rightarrow \widehat{DFB} = \widehat{AMB} = 120^\circ \quad (0,5đ)$$



Bài 6: Ta có

$$x = 2 \Rightarrow f(2) + 3.f\left(\frac{1}{2}\right) = 4 \quad (0,25đ)$$

$$x = \frac{1}{2} \Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) + 3.f(2) = \frac{1}{4} \quad (0,25đ)$$

$$\Rightarrow f(2) = \frac{47}{32} \quad (0,5đ)$$

Đáp án đề 25

Câu 1

a. Nếu $x \geq 0$ suy ra $x = 1$ (thỏa mãn)

Nếu $x < 0$ suy ra $x = -3$ (thỏa mãn)

$$\text{b. } \frac{1}{y} = \frac{x}{6} - \frac{1}{2} = \frac{x-3}{6} \Rightarrow \begin{cases} y=1 \\ x-3=6 \end{cases} \quad ; \text{ hoặc } \begin{cases} y=-1 \\ x-3=-6 \end{cases} \quad ; \text{ hoặc } \begin{cases} y=2 \\ x-3=3 \end{cases}$$

$$\text{hoặc } \begin{cases} y=-3 \\ x-3=-2 \end{cases} \quad ; \text{ hoặc } \begin{cases} y=6 \\ x-3=1 \end{cases} \quad ; \text{ hoặc } \begin{cases} y=-6 \\ x-3=-1 \end{cases}$$

$$\text{hoặc } \begin{cases} y=-2 \\ x-3=-3 \end{cases} \quad ; \text{ hoặc } \begin{cases} y=3 \\ x-3=2 \end{cases}$$

Từ đó ta có các cặp số (x,y) là (9,1); (-3, -1); (6, 2); (0,- 2); (5, 3); (1, -3); (4, 6); (2, -6)

$$\text{c. Từ } 2x = 3y \text{ và } 5x = 7z \text{ biến đổi về } \frac{x}{21} = \frac{y}{14} = \frac{z}{10} \Rightarrow \frac{3x}{61} = \frac{7y}{89} = \frac{5z}{50} = \frac{3x-7y+5z}{63-89+50} = \frac{30}{15} = 2$$

$$\rightarrow x = 42; y = 28; z = 20$$

Câu 2

a. A là tích của 99 số âm do đó

$$-A = \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{9}\right) \left(1 - \frac{1}{16}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{100^2}\right) = \frac{1.3}{2^2} \cdot \frac{2.4}{3^2} \cdot \frac{5.3}{4^2} \dots \frac{99.101}{100^2}$$

$$= \frac{1.2.3.2 \dots 98.99}{2.3.4 \dots 99.100} \cdot \frac{3.4.5 \dots 99.100.101}{2.3.4 \dots 99.100} = \frac{101}{200} > \frac{1}{2} \Rightarrow A < -\frac{1}{2}$$

b. $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} = \frac{\sqrt{x}-3+4}{\sqrt{x}-3} = 1 + \frac{4}{\sqrt{x}-3}$ B nguyên $\Leftrightarrow \frac{4}{\sqrt{x}-3}$ nguyên $\Leftrightarrow \sqrt{x}-3 \in U_{(4)}$

$$\Rightarrow x \in \{4; 25; 16; 1; 49\}$$

Câu 3

Thời gian đi thực tế nhiều hơn thời gian dự định

Gọi vận tốc đi dự định từ C đến B là $v_1 = 4 \text{ km/h}$

Vận tốc thực tế đi từ C đến B là $V_2 = 3 \text{ km/h}$

Ta có: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{4}$

(t_1 là thời gian đi AB với V_1 ; t_2 là thời gian đi CB với V_2)

từ $\frac{t_1}{t_2} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{t_2}{4} = \frac{t_1}{3} = \frac{t_2 - t_1}{4 - 3} = \frac{15}{1} = 15 \Rightarrow t_2 = 15 \cdot 4 = 60 \text{ phút} = 1 \text{ giờ}$

Vậy quãng đường CB là 3km, AB = 15km

Người đó xuất phát từ 11 giờ 45 phút — (15:4) = 8 giờ

Câu 4

a. Tam giác AIB = tam giác CID vì có (IB = ID; góc I_1 = góc I_2 ; IA = IC)

b. Tam giác AID = tam giác CIB (c.g.c)

\rightarrow góc B_1 = góc D_1 và BC = AD hay MB = ND \rightarrow tam giác BMI = tam giác DNI (c.g.c)

\rightarrow Góc I_3 = góc $I_4 \rightarrow M, I, N$ thẳng hàng và IM = IN

Do vậy: I là trung điểm của MN

c. Tam giác AIB có góc BAI $> 90^\circ \rightarrow$ góc AIB $< 90^\circ \rightarrow$ góc BIC $> 90^\circ$

d. Nếu AC vuông góc với DC thì AB vuông góc với AC do vậy tam giác ABC vuông tại A

Câu 5.

$$P = \frac{4-x+10}{4-x} = 1 + \frac{10}{4-x} \text{ P lớn nhất khi } \frac{10}{4-x} \text{ lớn nhất}$$

Xét $x > 4$ thì $\frac{10}{4-x} < 0$

Xét $x < 4$ thì $\frac{10}{4-x} > 0$

$\rightarrow \frac{10}{4-x}$ lớn nhất $\rightarrow 4 - x$ là số nguyên dương nhỏ nhất

$\rightarrow 4 - x = 1 \rightarrow x = 3$

khi đó $\frac{10}{4-x} = 10 \rightarrow P_{\text{lớn nhất}} = 11.$

Hướng dẫn chấm đề 26

Bài 1 : a) Tìm x . Ta có $|2x - 6| + 5x = 9$

$$|2x - 6| = 9 - 5x$$

* $2x - 6 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 3$ khi đó $2x - 6 = 9 - 5x \Rightarrow x = \frac{15}{7}$ không thỏa mãn. (0,5)

* $2x - 6 < 0 \Leftrightarrow x < 3$ khi đó $6 - 2x = 9 - 5x \Rightarrow x = 1$ thỏa mãn. (0,5)

Vậy $x = 1$.

b) Tính $(1+2+3+\dots+90) \cdot (12.34 - 6.68) : \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right) = 0$. (0,5)

(vì $12.34 - 6.68 = 0$).

c) Ta có : $2A = 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + \dots + 2^{101} \Rightarrow 2A - A = 2^{101} - 1$. (0,5)

Như vậy $2^{101} - 1 < 2^{101}$. Vậy $A < B$. (0,5)

Bài 2 : Gọi 3 cạnh của tam giác ABC là a, b, c và 3 đường cao tương ứng là h_a, h_b, h_c .

Theo đề bài ta có. $(h_a + h_b) : (h_b + h_c) : (h_c + h_a) = 5 : 7 : 8$ hay $h_a + h_b = 5k ; h_b + h_c = 7k$

$h_c + h_a = 8k ; h_a + h_b + h_c = 10k$. (k là hệ số tỉ lệ) . (0,5)

Suy ra $h_c = (h_a + h_b + h_c) - (h_a + h_b) = 10k - 5k = 5k$.

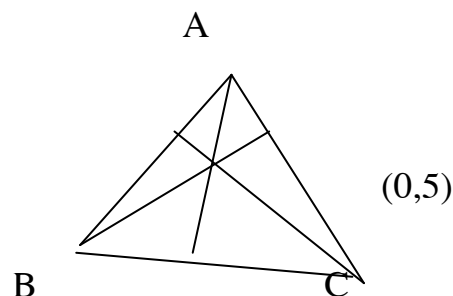
Tương tự : $h_a = 3k, h_b = 2k$.

Diện tích tam giác : $\frac{1}{2} a \cdot h_a = \frac{1}{2} b \cdot h_b$

Suy ra $\frac{a}{b} = \frac{h_b}{h_a} = \frac{2k}{3k} = \frac{2}{3}$. Tương tự : $\frac{a}{c} = \frac{5}{3}; \frac{b}{c} = \frac{5}{2}$;

$a \cdot h_a = b \cdot h_b = c \cdot h_c \Rightarrow \frac{a}{\frac{1}{h_a}} = \frac{b}{\frac{1}{h_b}} = \frac{c}{\frac{1}{h_c}}$

$\Rightarrow a:b:c = \frac{1}{\frac{1}{h_a}} : \frac{1}{\frac{1}{h_b}} : \frac{1}{\frac{1}{h_c}} = \frac{1}{3} : \frac{1}{2} : \frac{1}{5}$. Hay $a:b:c = 10 : 15 : 6$. (0,5)



Bài 3 : a) Tại $x = \frac{16}{9}$ ta có : $A = \frac{\sqrt{\frac{16}{9} + 1}}{\sqrt{\frac{16}{9} - 1}} = 7$; tại $x = \frac{25}{9}$ ta có : $A = \frac{\sqrt{\frac{25}{9} + 1}}{\sqrt{\frac{25}{9} - 1}} = 4$; (1)

b) Với $x > 1$. Để $A = 5$ tức là $\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}} = 5 \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow x = \frac{9}{4}$. (1)

Bài 4 : E thuộc phân giác của \widehat{ABC} nên $EN = EC$ (tính chất phân giác) suy ra :

tam giác NEC cân và $\widehat{ENC} = \widehat{ECN}$ (1) . D thuộc phân giác của góc CAB nên $DC = DM$

(tính chất phân giác) suy ra tam giác MDC cân .

và $\widehat{DMC} = \widehat{DCM}$,(2) . Ta lại có $\widehat{MDB} = \widehat{DCM} + \widehat{DMC}$ (góc ngoài của $\triangle CDM$) = $2\widehat{DCM}$.

Tương tự ta lại có $\widehat{AEN} = 2\widehat{ECN}$. Mà $\widehat{AEN} = \widehat{ABC}$ (góc có cạnh tương ứng vuông góc cùng nhọn).

$\widehat{MDB} = \widehat{CAB}$ (góc có cạnh tương ứng vuông góc cùng nhọn). Tam giác vuông ABC có $\widehat{ACB} = 90^\circ$, $\widehat{CAB} + \widehat{CBA} = 90^\circ$, suy ra $\widehat{CAB} = \widehat{ABC} = \widehat{AEN} + \widehat{MDB} = 2(\widehat{ECN} + \widehat{MCD})$

suy ra $\widehat{ECN} + \widehat{MCD} = 45^\circ$. Vậy $\widehat{MCN} = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$.

(1,5)

Bài 5 :

Ta có $P = -x^2 - 8x + 5 = -x^2 - 8x - 16 + 21 = -(x^2 + 8x + 16) + 21 = -(x + 4)^2 + 21$;

(0,75)

Do $-(x + 4)^2 \leq 0$ với mọi x nên $-(x + 4)^2 + 21 \leq 21$ với mọi x . Dấu (=) xảy ra khi $x = -4$

Khi đó P có giá trị lớn nhất là 21.

hướng dẫn đề 27

Câu 1: (3đ)

b/ $2^{-1} \cdot 2^n + 4 \cdot 2^n = 9 \cdot 2^5$

suy ra $2^{n-1} + 2^{n+2} = 9 \cdot 2^5$ 0,5đ

suy ra $2^n (1/2 + 4) = 9 \cdot 2^5$

suy ra $2^{n-1} \cdot 9 = 9 \cdot 2^5$ suy ra $n-1 = 5$ suy ra $n=6$. 0,5đ

c/ $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n = 3^n(3^2+1) - 2^n(2^2+1) = 3^n \cdot 10 - 2^n \cdot 5$ 0,5đ

vì $3^n \cdot 10 : 10$ và $2^n \cdot 5 = 2^{n-1} \cdot 10 : 10$ suy ra $3^n \cdot 10 - 2^n \cdot 5 : 10$ 0,5đ

Bài 2:

a/ Gọi x, y, z lần lượt là số học sinh của 7A, 7B, 7C tham gia trồng cây ($x, y, z \in \mathbb{Z}^+$) ta có:

$2x=3y = 4z$ và $x+y+z=130$ 0,5đ

hay $x/12 = y/8 = z/6$ mà $x+y+z=130$ 0,5đ

suy ra: $x=60; y = 40; z=30$

$-7(43^{43}-17^{17})$

b/ $-0,7(43^{43}-17^{17}) =$ 0,5đ10

Ta có: $43^{43} = 43^{40} \cdot 43^3 = (43^4)^{10} \cdot 43^3$ vì 43^4 tận cùng là 1 còn 43^3 tận cùng là 7 suy ra 43^{43} tận cùng bởi 7

$17^{17} = 17^{16} \cdot 17 = (17^4)^4 \cdot 17$ vì 17^4 có tận cùng là 1 suy ra $(17^4)^4$ có tận cùng là 1 suy ra

$17^{17} = 17^{16} \cdot 17$ tận cùng bởi 7 0,5đ

suy ra 43^{43} và 17^{17} đều có tận cùng là 7 nên $43^{43} - 17^{17}$ có tận cùng là 0 suy ra $43^{43} - 17^{17}$

chia hết cho 10 0,5đ

suy ra $-0,7(43^{43}-17^{17})$ là một số nguyên.

Bài 3: 4đ(Học sinh tự vẽ hình)

a/ $\triangle MDB = \triangle NEC$ suy ra $DN=EN$ 0,5đ

b/ $\square MDI = \square NEI$ suy ra $IM = IN$ suy ra BC cắt MN tại điểm I là trung điểm của MN
0,5đ

c/ Gọi H là chân đường cao vuông góc kẻ từ A xuống BC ta có $\triangle AHB = \triangle AHC$ suy ra $HAB = HAC$ 0,5đ

gọi O là giao AH với đường thẳng vuông góc với MN kẻ từ I thì

$\square OAB = \square OAC$ (c.g.c) nên $\widehat{OBA} = \widehat{OCA}^{(1)}$ 0,5đ

$\square OIM = \square OIN$ suy ra $OM = ON$ $\widehat{OIM} = \widehat{OIN}$ 0,5đ

suy ra $\square OBN = \square OCN$ (c.c.c) $\widehat{OBN} = \widehat{OCN}^{(2)}$ 0,5đ

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{OCA} = \widehat{OCN} = 90^\circ$ suy ra $OC \perp AC$ 0,5đ

Vậy điểm O cố định.

Đáp án đề 28

Câu 1: (2đ).

a. $|a| + a = 2a$ với $a \geq 0$ (0,25đ)

Với $a < 0$ thì $|a| + a = 0$ (0,25đ).

b. $|a| - a$

- Với $a \geq 0$ thì $|a| - a = a - a = 0$

- Với $a < 0$ thì $|a| - a = -a - a = -2a$

c. $3(x - 1) - 2|x + 3|$

- Với $x + 3 \geq 0 \Rightarrow x \geq -3$

Ta có: $3(x - 1) - 2|x + 3| = 3(x - 1) - 2(x + 3)$

$= 3x - 3 - 2x - 6$

$= x - 9$. (0,5đ)

- Với $x + 3 < 0 \rightarrow x < -3$

Ta có: $3(x - 1) - 2|x + 3| = 3(x - 1) + 2(x + 3)$.

$= 3x - 3 + 2x + 6$

$= 5x + 3$ (0,5đ).

Câu 2: Tìm x (2đ).

a. Tìm x, biết: $|5x - 3| - x = 7 \Leftrightarrow |5x - 3| = x + 7$ (1) (0,25 đ)

ĐK: $x \geq -7$ (0,25 đ)

(1) $\Rightarrow \begin{cases} 5x - 3 = x + 7 \\ 5x - 3 = -(x + 7) \end{cases}$. (0,25 đ)

Vậy có hai giá trị x thỏa mãn điều kiện đầu bài. $x_1 = 5/2$; $x_2 = -2/3$ (0,25đ).

b. $|2x + 3| - 4x < 9$ (1,5đ) $\Leftrightarrow |2x + 3| < 9 + 4x$ (1)

ĐK: $4x + 9 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{9}{4}$ (1) $\Leftrightarrow -(4x + 9) < 2x - 3 < 4x + 9$

$-2 < x < -3$ (t/mĐK) (0,5đ).

Câu 3:

Gọi chữ số của số cần tìm là a, b, c. Vì số cần tìm chia hết 18 \rightarrow số đó phải chia hết cho 9.

Vậy $(a + b + c)$ chia hết cho 9. (1) (0,5đ).

Tacó: $1 \leq a + b + c \leq 27$ (2)

Vì $1 \leq a \leq 9$; $b \geq 0$; $0 \leq c \leq 9$

Từ (1) và (2) ta có $(a + b + c)$ nhận các giá trị 9, 18, 27 (3).

Suy ra: $a = 3$; $b = 6$; $c = 9$ (0,5đ).

Vì số cần tìm chia hết 18 nên vừa chia hết cho 9 vừa chia hết cho 2 \rightarrow chữ số hàng đơn vị phải là số chẵn.

Vậy số cần tìm là: 396; 963 (0,5đ).

-Vẽ hình đúng viết giả thiết, kết luận đúng (0,5đ).

-Qua N kẻ NK // AB ta có.

$$\begin{cases} EN // BK \\ EB // NK \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} NK = EB \\ EN = BK \end{cases}$$

Lại có: $AD = BE$ (gt)

$\Rightarrow AD = NK$ (1)

-Học sinh chứng minh $\Delta ADM = \Delta NKC$ (gcg) (1đ)

$\Rightarrow DM = KC$ (1đ)

Đáp án đề 29

Bài 1: Ta có: $10A = \frac{10^{2007} + 10}{10^{2007} + 1} = 1 + \frac{9}{10^{2007} + 1}$ (1)

Tương tự: $10B = \frac{10^{2008} + 10}{10^{2008} + 1} = 1 + \frac{9}{10^{2008} + 1}$ (2)

Từ (1) và (2) ta thấy: $\frac{9}{10^{2007} + 1} > \frac{9}{10^{2008} + 1} \Rightarrow 10A > 10B \Rightarrow A > B$

Bài 2:(2điểm) Thực hiện phép tính:

$$\begin{aligned} A &= \left(1 - \frac{1}{\frac{(1+2) \cdot 2}{2}}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{\frac{(1+3) \cdot 3}{2}}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{\frac{(1+2006) \cdot 2006}{2}}\right) \\ &= \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{9}{10} \cdots \frac{2007 \cdot 2006 - 2}{2006 \cdot 2007} = \frac{4}{6} \cdot \frac{10}{12} \cdot \frac{18}{20} \cdots \frac{2007 \cdot 2006 - 2}{2006 \cdot 2007} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{Mà: } 2007 \cdot 2006 - 2 &= 2006(2008 - 1) + 2006 - 2008 \\ &= 2006(2008 - 1 + 1) - 2008 = 2008(2006 - 1) = 2008 \cdot 2005 \end{aligned} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có:

$$A = \frac{4 \cdot 1}{2 \cdot 3} \cdot \frac{5 \cdot 2}{3 \cdot 4} \cdot \frac{6 \cdot 3}{4 \cdot 5} \cdots \frac{2008 \cdot 2005}{2006 \cdot 2007} = \frac{(4 \cdot 5 \cdot 6 \cdots 2008)(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots 2005)}{(2 \cdot 3 \cdot 4 \cdots 2006)(3 \cdot 4 \cdot 5 \cdots 2007)} = \frac{2008}{2006 \cdot 3} = \frac{1004}{3009}$$

Bài 3:(2 điểm) Từ: $\frac{x}{8} - \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{y} = \frac{x}{8} - \frac{1}{4}$

Quy đồng mẫu về phải ta có: $\frac{1}{y} = \frac{x-2}{8}$. Do đó: $y(x-2) = 8$.

Để x, y nguyên thì y và x-2 phải là ước của 8. Ta có các số nguyên tương ứng cần tìm trong bảng sau:

Y	1	-1	2	-2	4	-4	8	-8
x-2	8	-8	4	-4	2	-2	1	-1
X	10	-6	6	-2	4	0	3	1

Bài 4:(2 điểm)

Trong tam giác tổng độ dài hai cạnh lớn hơn cạnh thứ 3. Vậy có:

$$b + c > a.$$

Nhân 2 vế với $a > 0$ ta có: $a.b + a.c > a^2$. (1)

Tương tự ta có: $b.c + b.a > b^2$ (2)

$$a.c + c.b > c^2 \quad (3).$$

Cộng vế với vế của (1), (2), (3) ta được:

$$2(ab + bc + ca) > a^2 + b^2 + c^2.$$

Bài 5:(3 điểm) Vẽ tia phân giác \widehat{ABK} cắt đường thẳng CK ở I.

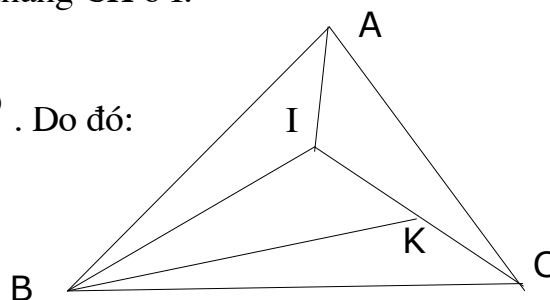
Ta có: $\triangle IBC$ cân nên $IB = IC$.

$$\triangle BIA = \triangle CIA \text{ (ccc) nên } \widehat{BIA} = \widehat{CIA} = 120^\circ. \text{ Do đó:}$$

$$\triangle BIA = \triangle BIK \text{ (gcg) } \Rightarrow BA = BK$$

b) Từ chứng minh trên ta có:

$$\widehat{BAK} = 70^\circ$$



Đáp án đề 30

Bài 1. 4đ

a) $7^4(7^2 + 7 - 1) = 7^4 \cdot 55 : 55$ (đpcm)

2đ

b) Tính $A = 1 + 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{49} + 5^{50}$ (1)

$$5.A = 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{49} + 5^{50} + 5^{51} \quad (2)$$

1đ

Trừ vế theo vế (2) cho (1) ta có: $4A = 5^{51} - 1 \Rightarrow A = \frac{5^{51} - 1}{4}$

1đ

Bài 2. 4đ

a) $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} \Leftrightarrow \frac{a}{2} = \frac{2b}{6} = \frac{3c}{12} = \frac{a+2b-3c}{2+6-12} = \frac{-20}{-4} = 5 \Rightarrow a = 10, b = 15, c = 20.$

2đ

b) Gọi số tờ giấy bạc 20 000đ, 50 000đ, 100 000đ theo thứ tự là x, y, z (x, y, z ∈ N-*) 0,5đ

Theo bài ra ta có: $x + y + z = 16$ và $20\ 000x = 50\ 000y = 100\ 000z$
0,5đ

Biến đổi: $20\ 000x = 50\ 000y = 100\ 000z$

$$\Rightarrow \frac{20\ 000x}{100\ 000} = \frac{50\ 000y}{100\ 000} = \frac{100\ 000z}{100\ 000} \Leftrightarrow \frac{x}{5} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1} = \frac{x+y+z}{5+2+1} = \frac{16}{8} = 2$$

0,5đ

Suy ra $x = 10, y = 4, z = 2$.

Vậy số tờ giấy bạc loại 20 000đ, 50 000đ, 100 000đ theo thứ tự là 10; 4; 2.

0,5đ

Bài 3. 4đ

a) $f(x) + g(x) = 12x^4 - 11x^3 + 2x^2 - \frac{1}{4}x - \frac{1}{4}$

1đ

$$f(x) - g(x) = 2x^5 + 2x^4 - 7x^3 - 6x^2 - \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$$

1đ

b) $A = x^2 + x^4 + x^6 + x^8 + \square + x^{100}$ tại $x = -1$

$$A = (-1)^2 + (-1)^4 + (-1)^6 + \square + (-1)^{100} = 1 + 1 + 1 + \square + 1 = 50 \text{ (có 50 số hạng)}$$

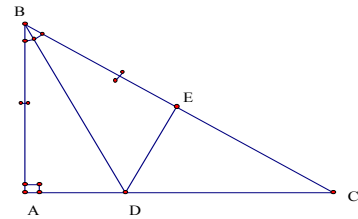
2đ

Bài 4. 4đ: Vẽ hình (0,5đ) — phần a) 1,5đ - phần b) 2đ

a) $\triangle ABD = \triangle EBD$ (c.g.c) $\Rightarrow DA = DE$

b) Vì $\triangle ABD = \triangle EBD$ nên góc A bằng góc BED

Do góc A bằng 90° nên góc BED bằng 90°



Bài 5: 4đ

a) Tam giác ABC và tam giác ABG có:

$$DE \parallel AB, DE = \frac{1}{2} AB, IK \parallel AB, IK = \frac{1}{2} AB$$

Do đó $DE \parallel IK$ và $DE = IK$

b) $\triangle GDE = \triangle GIK$ (g. c. g) vì có: $DE = IK$ (câu a)

Góc GDE = góc GIK (so le trong, $DE \parallel IK$)

Góc GED = góc GKI (so le trong, $DE \parallel IK$)

$$\Rightarrow GD = GI. \text{ Ta có } GD = GI = IA \text{ nên } AG = \frac{2}{3} AD$$

- Vẽ hình: 0,5đ

- Phần a) đúng: 2đ

- Phần b) đúng: 1,5đ

